

Rückwirkung des Gleitlagermoments auf die Drehbewegung des Rotors

Patrick Felscher



Rückwirkung des Gleitlagermoments auf die Drehbewegung des Rotors

Vom Fachbereich Maschinenbau
an der Technischen Universität Darmstadt
zur Erlangung des akademischen Grades
eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte

D i s s e r t a t i o n

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Patrick Felscher

aus Bad Muskau

Referent:	Prof. Dr.-Ing. Richard Markert
Korreferent:	Prof. Dr.-Ing. Peter F. Pelz

Tag der Einreichung:	23.11.2015
Tag der mündlichen Prüfung:	23.02.2016

Darmstadt 2016
D17

Felscher, Patrick

Rückwirkung des Gleitlagermoments auf die Drehbewegung des Rotors

Forschungsberichte des Instituts für Mechanik der Technischen Universität Darmstadt

Band 41

Herausgeber der Reihe:

Studienbereich Mechanik, Technische Universität Darmstadt

Verfasser:

© 2016 Patrick Felscher

Stadionstr. 11, 15732 Eichwalde

Verlag:

Studienbereich Mechanik, Technische Universität Darmstadt

Franziska-Braun-Straße 7, 64287 Darmstadt

Druckerzeugung:

Lasertype GmbH, Darmstadt

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek:

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten. Ohne Genehmigung des Autors ist es nicht gestattet, dieses Heft ganz oder teilweise auf photomechanischem, elektronischem oder sonstigem Wege zu vervielfältigen.

ISBN 978-3-935868-41-9

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Strukturdynamik des Fachbereichs Maschinenbau der Technischen Universität Darmstadt.

Ich bedanke mich bei allen Personen, die zum Gelingen der vorliegenden Arbeit beigetragen haben. Allen voran gilt der Dank meinem Betreuer Herrn Prof. Dr.-Ing. Richard Markert, für dessen Anregung und Unterstützung zu dieser Arbeit sowie das entgegengebrachte Vertrauen und die mir gewährten Freiheiten bei der wissenschaftlichen Arbeit. Herrn Prof. Dr.-Ing. Peter F. Pelz danke ich für das Interesse an der Fragestellung dieser Arbeit und für die bereitwillige Übernahme des Korreferats.

Allen Kollegen, die mich während meiner Zeit am Fachgebiet begleitet haben, danke ich recht herzlich für die fachliche Unterstützung sowie das freundliche Arbeitsklima. Besonderen Dank spreche ich Frau Dr.-Ing. Katrin Baumann für ihre Einführung in die Gleitlagerthematik und die fortwährende Unterstützung hinsichtlich des Versuchsstands sowie Herrn Dr.-Ing. Wolfgang Köhl für die zahlreichen motivierenden fachlichen Gespräche aus. Weiterhin bedanke ich mich bei Herrn Jochen Ott und Wolfgang Hess für die unkomplizierte Erweiterung des Versuchsstands sowie den Sekretärinnen Maria Rauck und Helga Lorenz für ihre administrative Unterstützung. Allen Studenten, die im Rahmen ihrer studentischen Arbeiten zu meiner Forschung beigetragen haben, sei ebenfalls gedankt.

Nicht zuletzt danke ich meiner Familie für die stete Unterstützung meiner Interessen. Mein herzlichster Dank gilt meiner Partnerin für ihren moralischen und tatkräftigen Rückhalt. Ich danke ihr und unseren Kindern für die schönen Momente abseits der Arbeit.

Eichwalde, im Juni 2016

Patrick Felscher

Inhaltsverzeichnis

Liste der Formelzeichen	VII
Kurzfassung	XI
Abstract	XIII
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Stand der Forschung	4
1.2.1 Mechanische Systeme mit beschränktem Antrieb	4
1.2.2 Betrieb von Rotoren in Gleitlagern	5
1.3 Inhalt und Gliederung der Arbeit	6
2 Ansätze zur Lösung der Fragestellung	8
2.1 Bestehende Lösungsansätze	8
2.2 Lösungsansatz der vorliegenden Arbeit	13
3 Eigenschaften der Gleitlager	15
3.1 Druckverlauf und resultierende Kräfte im Gleitlager	15
3.1.1 Stationäre Verlagerungsbahn	18
3.1.2 Linearisierung	19
3.2 Verlustmoment durch Fluidreibung	21
3.2.1 Zusammenhang zwischen Ölfilmkraft und -moment	24
3.2.2 Abschätzung der Verlustmomente	28
3.3 Kraftwirkung infolge der Fluidreibung	29
3.3.1 Kräfte infolge der Scherspannungen am Rotorzapfen	29
3.3.2 Vergleich der Kraftgrößen aus Druck- und Scherspannung	31

4	Theoretische Untersuchungen am LAVAL-Rotor in Gleitlagern	33
4.1	Einfaches Rotormodell	33
4.2	Eigenschaften des untersuchten Modells	35
4.2.1	Physikalische Parameter	36
4.2.2	Drehzahlabhängige Systemeigenschaften	39
4.2.3	Modellierung des Antriebsmomentes	41
4.2.4	Modellierung des Drehwiderstands	43
4.2.5	Modellierung des Gleitlagermomentes	43
4.3	Hochlauf unter Berücksichtigung des Gleitlagermomentes	45
4.3.1	Nichtlineares Verlustmoment	46
4.3.2	Linearisierte Gleitlagermomente	53
4.3.3	Vergleich mit bestehenden Lösungsansätzen	55
4.4	Stationärer Betrieb im instabilen Drehzahlbereich	57
5	Experimenteller Nachweis	59
5.1	Rotorversuchsstand	60
5.1.1	Aufbau und Betrieb	60
5.1.2	Numerisches Modell	63
5.1.3	Bewegungsgleichungen	63
5.2	Parameteridentifizierung	65
5.2.1	Messaufbau	66
5.2.2	Steifigkeit und Dämpfung	67
5.2.3	Verlustmoment	70
5.2.4	Antriebsmoment	71
5.3	Experimentelle Untersuchungen am Versuchsstand	73
5.3.1	Hochlauf mit beschränktem Antriebsmoment	73
5.3.2	Stationärer Betrieb im instabilen Drehzahlbereich	77
6	Zusammenfassung und Ausblick	79
	Literaturverzeichnis	81

Verzeichnis der Formelzeichen

Lateinische Buchstaben (weitere Indizes siehe separate Auflistung)

Symbol	Einheit	Bedeutung
a_i		Koeffizienten
B	m	Lagerbreite
\mathbf{B}		Dämpfungsmatrix
b_{ij}	Ns/m	Element ij der Dämpfungsmatrix, Dämpfungskoeffizient
b_{ML}	Ns/m	Dämpfungskoeffizient der Magnetlager
c	N/m	Wellensteifigkeit des Rotors
c_{ij}	N/m	Element ij der Steifigkeitsmatrix, Steifigkeitskoeffizient
c_{ML}	N/m	Steifigkeitskoeffizient der Magnetlager
D	m	Durchmesser des Gleitlagerzapfens
D		Dämpfungsmaß
e		Fehler der linearen Anpassung
F	N	Kraft
f		bezogene Kraft ($= F/F_0$)
\mathbf{f}		Kraftvektor
\mathbf{G}		gyroskopische Matrix
G	m	große Halbachse
\mathbf{H}_{mess}		gemessene Übertragungsmatrix
h	m	aktuelle Spalthöhe
h_0	m	absolutes Lagerspiel
\mathbf{I}		Einheitsmatrix
\mathbf{i}		Vektor der Regelströme des Magnetlagers
i_A		Ankerstrom im Motor
\mathbf{K}		Steifigkeitsmatrix
$\underline{\mathbf{K}}$		dynamische Steifigkeitsmatrix
k		Korrekturfaktor
k_Θ	m	Trägheitsradius
l	m	Länge, Abstand
M	Nm	Moment

M_A	Nm	Antriebsmoment
M_{GL}	Nm	Gleitlagermoment
M_M	Nm	maximales Antriebsmoment des Motors
M_{VL}	Nm	gesuchtes Verlustmoment
M_ε	Nm	Verlustmoment infolge der Wellenausbiegung
\mathbf{M}	kg	Massenmatrix
\mathbf{m}		Vektor der Momente
m	kg	Masse
\mathbf{N}		zirkulatorische Matrix
n	min^{-1}	Drehzahl in UPM ($=60/(2\pi)\dot{\varphi}$)
P	W	Leistung
p	Pa	Schmiermitteldruck
p_{stat}	Pa	Umgebungsdruck
q		abgewinkelte Umfangskoordinate
\mathbf{r}		Verschiebungsvektor
R	m	Radius des Gleitlagerzapfens
So		Sommerfeldzahl
So_k		Sommerfeldzahl an der biegekritischen Drehzahl
t	s	Zeit
x		Axialkoordinate
y		zu x orthogonale Koordinate, vertikal
z		zu x orthogonale Koordinate, horizontal
U	kg m	Unwucht
u	m	Auslenkung in x -Richtung
v	m	Auslenkung in y -Richtung
v_F	m/s	Schmiermittelgeschwindigkeit in Umfangsrichtung q
w	m	Auslenkung in z -Richtung

Griechische Buchstaben (weitere Indizes siehe separate Auflistung)

Symbol	Einheit	Bedeutung
β_{ij}		bezogener Dämpfungskoeffizient ij
γ	rad	Verlagerungswinkel
γ_{ij}		bezogener Steifigkeitskoeffizient ij
$\Delta \square$		bei Koordinaten: Relativkoordinate in der jeweiligen Richtung bei Kräften und Momenten: dynamischer Anteil bei Skalaren: Differenz
δ	rad	Differenzwinkel

ε_L	m	Verlagerungsexzentrizität des Lagerzapfens
ε_m	m	Massenexzentrizität
η	Ns/m ²	dynamische Viskosität des Schmiermittels
Θ^S	kgm ²	Massenträgheitsmoment bezüglich des Schwerpunktes S
θ	rad	Umfangswinkelkoordinate
θ_A	rad	Winkellage des Druckbergbeginns
θ_E	rad	Winkellage des Druckbergendes
ϑ	°C	Ölaustrittstemperatur
κ		Steifigkeitsverhältnis
μ_{GL0}		fiktiver Reibungswert
μ_m		Massenverhältnis
ω	1/s	Eigenkreisfrequenzen des Systems
ω_0	1/s	Eigenkreisfrequenz des starr gelagerten Laval-Rotors
$\bar{\Omega}$	1/s	Erregerkreisfrequenz
$\tilde{\Omega}$	1/s	Antwortfrequenz
τ	N/m ²	Schubspannung im Schmierfilm
φ	rad	Drehwinkel des Rotors
$\dot{\varphi}$	1/s	Drehgeschwindigkeit des Rotors
$\ddot{\varphi}$	1/s ²	Drehbeschleunigung des Rotors
ψ		relatives Lagerspiel
$\boldsymbol{\psi}$	rad	Vektor der Kippwinkel
ψ_y	rad	Kippwinkel um die y -Achse
ψ_z	rad	Kippwinkel um die z -Achse

Indizes

Symbol	Bedeutung
0	stationärer Arbeitspunkt, statischer Anteil
1, 2	Zählindex
GL	Gleitlager
gr	Stabilitätsgrenze
L	Zapfenmittelpunkt
max	Maximalwert
ML	Magnetlager
r	radiale Richtung
S	Schwerpunkt
u	Umfangsrichtung
VS	Versuchsstand
W	Wellendurchstoßpunkt

x, y, z in den entsprechenden Koordinatenrichtungen

Sonstige mathematische Symbole

Symbol	Bedeutung
$\dot{\varphi}$	Ableitung nach der Zeit ($= \frac{d\varphi}{dt}$)
φ'	Ableitung nach der bezogenen Zeit ($= \frac{1}{\omega_0} \frac{d\varphi}{dt}$)
$\hat{\varphi}$	Amplitude
$\bar{\varphi}$	bezogene Auslenkung ($= \varphi/h_0$)
φ^T	transponierte Größe

Kurzfassung

In den mathematischen Modellen gleitgelagerter Rotoren fehlt bisher die physikalisch korrekte Abbildung der nichtlinearen Kopplung zwischen den Rotorschwingungen im Gleitlager und der Drehbewegung der Welle. Zu dem bereits erforschten auslenkungsabhängigen Momentensatz elastischer Rotoren in konventionellen Lagern wird eine Erweiterung gesucht, die die auslenkungsabhängigen Momente von Rotoren in Gleitlagern berücksichtigt. Für den Betrieb mit beschränktem Antriebsmoment wird eine Drehzahlreduktion bis hin zur Möglichkeit des Hängenbleibens infolge großer Zapfenauslenkungen erwartet, wie sie im Bereich der Resonanz und dem für gleitgelagerte Rotoren charakteristischen instabilen Betriebsbereich auftreten.

Basierend auf Untersuchungen und Erkenntnissen anderer Autoren wird ein eigenes Lösungskonzept zur Abbildung des auslenkungsabhängigen Gleitlagermoments erarbeitet. Das nichtlineare Koppelmoment wird am Beispiel des kreiszylindrischen Lagers aus den nichtlinearen Gleichungen der Scherkräfte an der Zapfenoberfläche analytisch hergeleitet und auf einen möglichen Zusammenhang mit den wirkenden Ölfilmkräften untersucht. Damit wird die grundsätzliche Idee der vorausgegangenen Arbeiten geprüft, das resultierende Moment aus den bekannten Lagerkräften und einem auslenkungsabhängigen Kraftangriffspunkt zu bilden. Es wird gezeigt, dass das druckinduzierte Moment durch die Ölfilmkräfte, welche an einen vom Lagermittelpunkt abweichenden Punkt angreifen, beschrieben werden kann. Das Moment infolge der Scherströmung, welches in weiten Betriebsbereichen der dominierende Anteil ist, kann in dieser Weise jedoch nicht abgebildet werden. In der Folge wird dieses Moment basierend auf der in dieser Arbeit vorgenommenen analytischen Herleitung beschrieben.

Anhand eines numerischen Modells wird die korrekte qualitative Abbildung der o. g. zu erwartenden Effekte durch das hergeleitete Moment geprüft. Darüber hinaus werden die Möglichkeit der Verwendung linearisierter Gleichungen des nichtlinearen Gleitlagermomentes, sowie die Grenzen der numerischen Berechnungen des Differentialgleichungssystems für instationär betriebene Rotoren in Gleitlagern untersucht.

Die abschließende Bestätigung der Gültigkeit der gefundenen Zusammenhänge wird anhand experimenteller Untersuchungen an einem Gleitlagerversuchsstand nachgewiesen, welche von numerischen Rechnungen eines identifizierten Modells des Versuchsstands begleitet werden.

Abstract

The existing mathematical models of rotors in fluid film bearings currently do not consider the non-linear coupling between the rotor deflections in journal bearings and the rotor rotation. The aim is to find a method that amplifies the existing principle of angular momentum for elastic rotors in conventional bearings. This method should also be able to take into account the moments depending on deflections in journal bearings. It is expected that operations that run with a limited power supply show a reduction in angular speed due to high journal displacements. In case of fluid film bearings these high deflections may occur near critical speeds and the unstable running range of the rotor system.

Based on present research and findings of other authors, this study proposes a new strategy for modeling the journal bearing moment depending on the journal deflections. The non-linear coupling moment is derived analytically using the equations of shear forces at the journal surface for the cylindrical fluid film bearing. It is investigated whether there is a possible relationship between the derived moment and the well modelled fluid film forces of journal bearings. The aim is to compare the results with existing studies that have a similar description of the bearing moment using bearing forces acting on an eccentric point depending on deflections. The results show that the moment based on the fluid film pressure can be modelled using the fluid film forces acting on eccentric point of the journal. However, it becomes clear that the moment cannot be modelled in this way due to shear flows which are dominating in a wide operational range. Hence, in the following investigations the earlier derived form of the moment will be used.

The above mentioned accurate qualitative illustration of proposed effects is examined with the help of a numerical model using the derived moment. Furthermore, the possibility of using linearised equations of the non-linear bearing moment is explored. Finally, the limits of the numerical solution for the different equations describing the transient operations of rotors in journal bearings are analysed.

The validity of the derived equations is supported with an experimental investigation on a fluid film bearing test rig and a parallel numerical solution using an identified model of the test rig.

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Motivation

Das instationäre Verhalten gleitgelagerter Rotoren wird in der Regel ungeachtet einer begrenzten Antriebsleistung unter Vorgabe eines festen Drehzahlverlaufs $\dot{\varphi}(t)$ berechnet. Dabei finden die linearisierten Bewegungsgleichungen

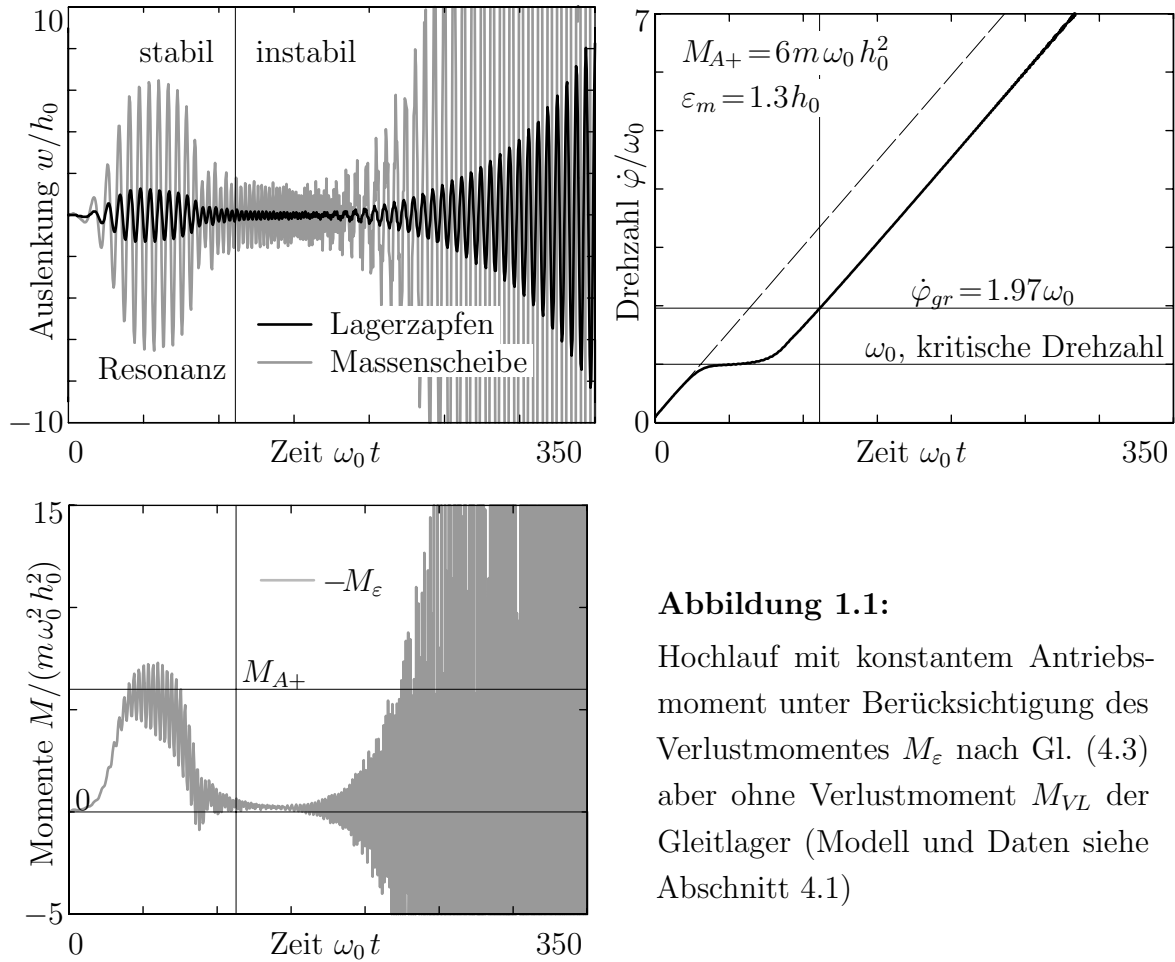
$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{r}} + (\mathbf{B} + \mathbf{G})\dot{\mathbf{r}} + (\mathbf{K} + \mathbf{N})\mathbf{r} = \mathbf{f}(t) \quad (1.1)$$

der lateralen Bewegungen \mathbf{r} in ihrer allgemeinen Form Anwendung. Erste numerische Untersuchungen unter Annahme eines begrenzten Antriebsmomentes M_{A+} wurden durch RÖHR in [38] durchgeführt. Hierfür wurde zusätzlich zu Gl. (1.1) die nichtlineare Momentengleichung

$$\Theta\ddot{\varphi} = M_{A+} + M_{\varepsilon} \quad (1.2)$$

des LAVAL-Rotors gemäß den Ausführungen durch MARKERT, PFÜTZNER und GASCH in [29] für das gleitgelagerte System berücksichtigt. Die zeitlichen Verläufe der Drehzahl $\dot{\varphi}$, der Auslenkungen \mathbf{r} und des Drehwiderstands M_{ε} sind in Abb. 1.1 dargestellt.

Bei konstantem Antriebsmoment M_{A+} nimmt die Rotordrehzahl $\dot{\varphi}$ zunächst linear über die Zeit zu, bis sie sich der biegekritischen Drehzahl $\dot{\varphi} = \omega_0$ annähert. In Resonanznähe nehmen die Rotorschwingungen zu und die Drehbeschleunigung nimmt infolge des wachsenden Koppelmomentes M_{ε} ab. Der in die Biegeamplitude gepumpte Energieanteil fehlt der Drehung und die Drehzahl steigt langsamer an. Bei großer Unwucht oder kleinem Antriebsmoment kann es sogar zum Hängenbleiben in der biegekritischen Drehzahl kommen. Ist der Antrieb, wie im vorliegenden Beispiel, stark genug, wird die biegekritische Drehzahl durchfahren und die Biegeschwingungen sowie der Drehwiderstand klingen wieder ab. Im überkritischen Betrieb nimmt die Drehzahl

**Abbildung 1.1:**

Hochlauf mit konstantem Antriebsmoment unter Berücksichtigung des Verlustmomentes M_ε nach Gl. (4.3) aber ohne Verlustmoment M_{VL} der Gleitlager (Modell und Daten siehe Abschnitt 4.1)

bei konstantem Antriebsmoment wieder linear zu. Diesen Effekt haben MARKERT, PFÜTZNER und GASCH in [29] ausführlich erläutert.

Sobald die Drehzahl die Stabilitätsgrenze erreicht, klingen die Rotorschwingungen wieder auf und nehmen – bei linearer Theorie – für $\dot{\varphi} > \dot{\varphi}_{gr}$ unbeschränkt zu. Der resultierende Drehwiderstand, der die Kopplung zwischen Auslenkungen und der Drehbeschleunigung beschreibt, schwingt mit zunehmender Amplitude um den Mittelwert Null. Eine Rückwirkung der lateralen Schwingungen \mathbf{r} auf die Drehbeschleunigung $\ddot{\varphi}$ des Rotors, wie sie beim Durchfahren der biegekritischen Drehzahl bei $\dot{\varphi} = \omega_0$ auftritt, wird für Drehzahlen $\dot{\varphi} > \dot{\varphi}_{gr}$ jenseits der Stabilitätsgrenzdrehzahl durch das mathematische Modell aus den Gln. (1.1) und (1.2) nicht abgebildet. Die Energie nimmt durch die anhaltende Drehbeschleunigung $\ddot{\varphi}$ bei gleichzeitig extremer Zunahme der Schwingungsamplituden $|\mathbf{r}|$ stetig zu und übersteigt die Leistung, welche durch den Antrieb zur Verfügung steht. Das verwendete Modell beschreibt ein Perpetuum mobile, was damals auch schon erkannt worden ist.

Bei korrekter Abbildung des Sachverhaltes wird nach Überschreiten der Grenzdrehzahl $\dot{\varphi}_{gr}$ ein Grenzykel erwartet, in dem die Rotorauslenkungen \mathbf{r} endlich bleiben und die Rotordrehzahl $\dot{\varphi}$ ungefähr der Stabilitätsgrenzdrehzahl $\dot{\varphi}_{gr}$ entspricht. Hierfür muss ein zusätzliches, von der Auslenkung \mathbf{r} abhängiges, bislang aber nicht definiertes

Verlustmoment $M_{VL}(\mathbf{r})$ im erweiterten Ansatz

$$\Theta \ddot{\varphi} = M_{A+} + M_{\varepsilon} + M_{VL} \quad (1.3)$$

des Momentensatzes berücksichtigt werden.

Es wird erwartet, dass das zu definierende Verlustmoment M_{VL} im Zusammenhang mit den Auslenkungen \mathbf{r}_L im Gleitlager steht. Das physikalische Modell der Gleitlager mit den bekannten und stets verwendeten linearisierten geschwindigkeits- und auslenkungsproportionalen Kräften

$$\mathbf{f}_{GL} = (\mathbf{B}_{GL} + \mathbf{G}_{GL}) \dot{\mathbf{r}}_L + (\mathbf{K}_{GL} + \mathbf{N}_{GL}) \mathbf{r}_L \quad (1.4)$$

des Gleitlagers aus Gl. (1.1) muss um ein auslenkungsabhängiges Verlustmoment M_{VL} erweitert werden, Abb. 1.2.

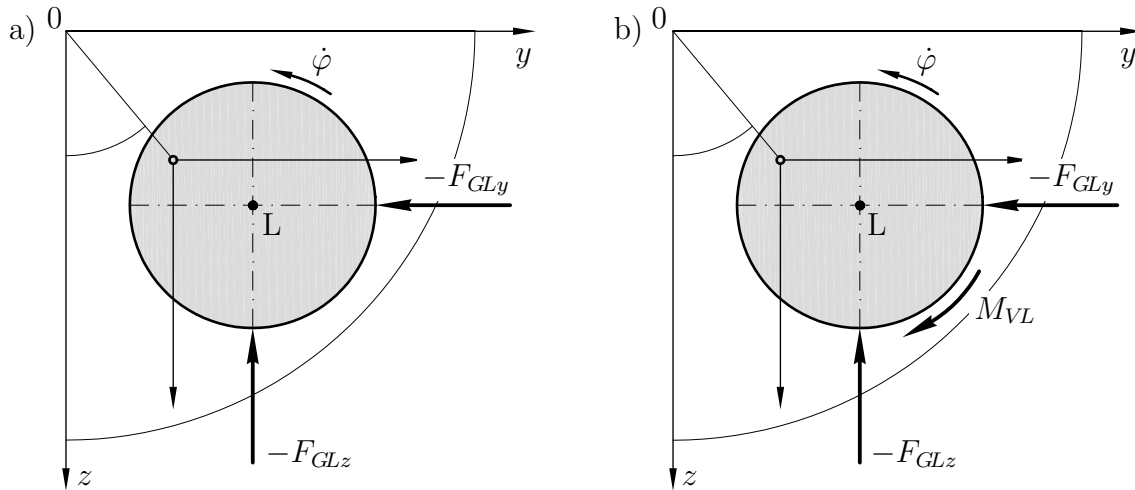


Abbildung 1.2: Gleitlagermodellierung

- a) Berechnung ohne Berücksichtigung möglicher Momente und
- b) unter Berücksichtigung eines Momentes infolge der Druckkräfte

In Anlehnung an die bekannten Koppelterme linearisierter Rotorsysteme ist zu prüfen, ob es einen direkten Zusammenhang zwischen dem gesuchten Verlustmoment M_{VL} und Anteilen \mathbf{f}_{GL}^A der Lagerkräfte \mathbf{f}_{GL} aus Gl. (1.4) gibt. Die äquivalente Abbildung des Verlustmomentes M_{VL} in Form von Kraftanteilen aus Gl. (1.4), welche an einem vom Zapfenmittelpunkt L um die Längen l_1 , l_2 abweichenden Punkt K angreifen können, vgl. Abb. 1.3, ist naheliegend, würde den Berechnungsaufwand verringern und im Einklang mit den bisherigen Abbildungen des Verlustmomentes in den linearen Modellen der Rotordynamik stehen.

Auf diese Frage konzentriert sich die vorliegende Arbeit.

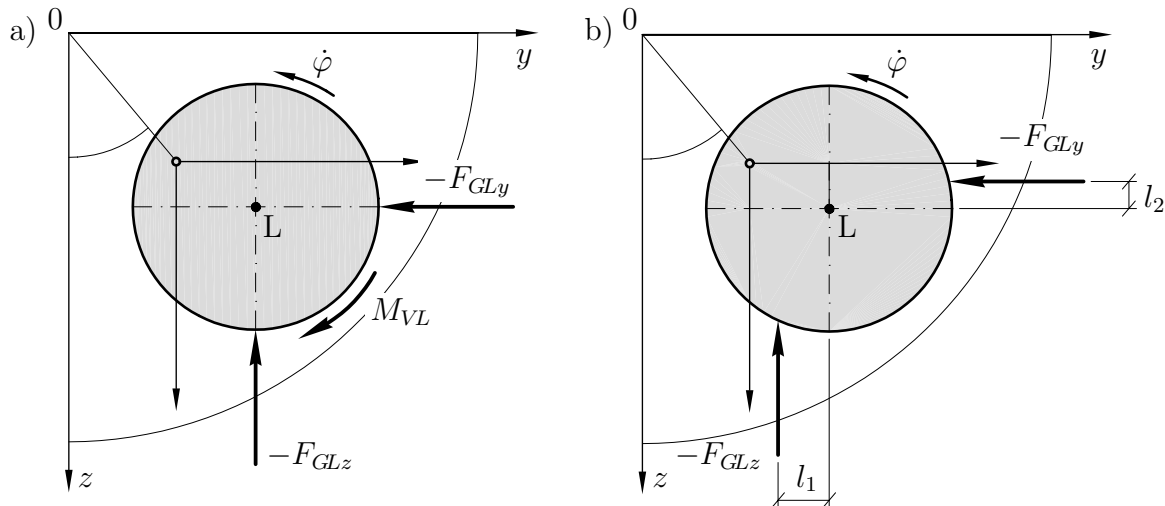


Abbildung 1.3: Äquivalente Darstellung des Verlustmomentes

- a) Lagerkräfte und Momente am Zapfenmittelpunkt L und
- b) äquivalente Abbildung über außermittig angreifende Lagerkräfte

1.2 Stand der Forschung

Die Untersuchungen zur Rückwirkung des Gleitlagermomentes auf den Rotorantrieb stehen im Zusammenhang mit Forschungsthemen zu mechanischen Systemen mit begrenzter Antriebsleistung, im Speziellen aus dem Bereich Rotordynamik, sowie zu den Gleitlagereigenschaften für die Vorhersage des Schwingungsverhaltens gleitgelagerter Rotoren.

1.2.1 Mechanische Systeme mit beschränktem Antrieb

Der physikalische Zusammenhang zwischen den Schwingungsamplituden eines mechanischen Systems und dem Antrieb des Erregermechanismus wurde erstmals 1902 durch Arnold SOMMERFELD im Experiment vorgeführt und in [42] beschrieben. Ein auf einem wackelnden Tisch angebrachter unwuchtiger Motor vermochte es im Bereich der Resonanz nicht, seine Drehzahl – trotz ständiger Energiezufuhr – zu steigern. Erst nach Überschreiten eines kritischen Wertes der Energiezufuhr steigt die Drehzahl sprunghaft an und die Schwingungsamplituden des überkritisch betriebenen Systems nehmen ab. Eine übersichtliche Abhandlung über die damaligen Beobachtungen und Überlegungen gibt ECKERT [10].

Die mathematische Modellierung und analytische Näherungslösungen der nichtlinearen Kopplung zwischen Auslenkungen und Antrieb mechanischer Systeme wird durch GLADWELL und KONONENKO in [15] betrachtet. Mittels des Verfahrens langsam veränderlicher Größen der Zeit werden Systeme mit einem und mehr Freiheitsgraden im Bereich der Resonanzfrequenzen untersucht.

Erste numerische Untersuchungen der Kopplung beim Betrieb rotierender Maschinen wurden um 1965 durchgeführt. Im amerikanischen Raum untersucht GLUSE [17] den Einfluss der lateralen Schwingungen auf die Resonanzdurchfahrt am Beispiel des LAVAL-Rotors.

Im deutschsprachigen Raum untersucht MARKERT, PFÜTZNER und GASCH in [28] und [13] den Einfluss der nichtlinearen Kopplung auf den instationären Betrieb des LAVAL-Rotors mit dem Ziel der Bestimmung eines Mindestantriebsmomentes zum Durchfahren der Resonanz und der dabei maximal zu erwartenden Amplituden. In einer weiteren Arbeit [29] werden die theoretischen Betrachtungen auf Rotoren mit äußerer und innerer Dämpfung, das Eigengewicht des Rotors, die Unrundheit der Welle, sowie Rotoren mit mehreren Freiheitsgraden und verteilter Masse erweitert.

Markert überträgt die Gedanken des Hängenbleibens in der Resonanz auf Rotorsysteme mit instabilen Drehzahlbereichen, in denen ebenfalls große Schwingungsamplituden auftreten. Für den Rotor mit innerer Dämpfung beschreibt BAUMANN et al. in [2] die Kopplung zwischen Auslenkungen und Antriebsmoment im Bereich der Stabilitätsgrenzdrehzahl. In den Ergebnissen der theoretischen Untersuchung stellt sich an der Grenzdrehzahl ein Grenzykel mit endlichen Amplituden und konstanter Rotordrehzahl kurz unterhalb der Stabilitätsgrenzdrehzahl ein. All diese Modelle sind energiekonsistent und beschreiben die Rückwirkung der lateralen Schwingungen auf die Rotation richtig.

Mit der Abbildung des Verlustmomentes gleitgelagerter Rotoren haben sich RÖHR in [38] sowie MARKERT und NICOLETTI in [27] beschäftigt. In beiden Arbeiten konnte das gesuchte Verlustmoment jedoch nicht korrekt abgebildet werden. Die Autoren stellen fest, dass kein abschließendes Ergebnis zu diesem Thema vorliegt.

1.2.2 Betrieb von Rotoren in Gleitlagern

Die Forschungsthemen zu gleitgelagerten Rotoren sind vielseitig, wie in der Literaturübersicht von BAUMANN in [3] oder der geschichtlichen Zusammenfassung von PINKUS in [34] nachzulesen. Das Hauptaugenmerk liegt dabei auf der mathematischen Abbildung des Schwingungsverhaltens mit verschiedenen Modellen, die auf theoretischen Annahmen oder experimentell identifizierten Lagereigenschaften, wie z. B. Lagerkennzahlen, basieren, gebildet werden. Von Interesse ist dabei neben der Vorhersage der Schwingungsamplituden im stationären Betrieb die Ermittlung der Stabilitätsgrenzdrehzahl, um einen Betrieb der Maschinen mit ausreichenden Sicherheitsreserven zu gewährleisten.

Die Kenntnisse aus den stationären Betrachtungen werden für zeitveränderliche Drehzahlverläufe in der Regel als übertragbar angenommen. Nur wenige Arbeiten beschäftigen sich intensiver mit dem Verhalten instationär betriebener Rotoren in Gleitlagern.

Zu ihnen zählt insbesondere die Arbeit von BAUMANN [3], in der die Gültigkeit der linearen Gleitlagerkoeffizienten für schnell hochlaufende Rotoren theoretisch und experimentell nachgewiesen wird. CASTRO, CAVALCA und NORDMANN vergleichen in [8] und [7] experimentelle Hochläufe bis hin zur Instabilität mit numerischen Ergebnissen. Dem numerischen Modell liegt eine nichtlineare Abbildung der Gleitlager nach der Kurzlagertheorie von CAPONE [6] zu Grunde. Eine rein experimentelle Parameterstudie im instationären Betrieb mit Hoch- bzw. Ausläufen wurde durch EL-SHAFEI et al. in [11] durchgeführt.

In den genannten Untersuchungen wird von einem ausreichend starken Antrieb ausgegangen. Mögliche Rückwirkungen der Rotorschwingungen auf den Antrieb werden vernachlässigt. Die Drehzahl ist unabhängig vom Schwingungszustand und wird als vorgegeben angesehen. In der Auslegung rotierender Maschinen in Gleitlagern wird lediglich eine Abschätzung der Verlustleistung basierend auf dem zu erwartenden Gleitlagermoment am schwingungsfreien stationären Betriebspunkt vorgenommen.

In der Berechnung von Schwimmbuchsenlagern ist es erforderlich, die Momentenbilanz an der Schwimmbuchse aufzustellen, da die Schwimmbuchsendrehzahl das dynamische Verhalten maßgeblich charakterisiert. Die Momentengleichung wird nach NGUYEN-SCHÄFER [31] ebenso wie die Lagerkräfte aus den nichtlinearen Differentialgleichungen numerisch berechnet. Die Rückwirkung des Gleitlagermomentes auf den angetriebenen Rotor wird auch hier vernachlässigt.

Die Frage nach der mathematischen Abbildung der Rückwirkung des Gleitlagermomentes infolge der vom Arbeitspunkt abweichenden Zapfenauslenkungen auf einen leistungsbeschränkten Antrieb blieb im Rahmen der vorgestellten Forschungsbereiche bisher unbeantwortet.

1.3 Inhalt und Gliederung der Arbeit

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Herleitung und der experimentellen Bestätigung einer mathematischen Beschreibung der Verlustmomente M_{VL} in den Gleitlagern von Rotoren, mit denen eine Kopplung zwischen den Rotorauslenkungen \mathbf{r} und der Dynamik des Antriebs abgebildet werden kann. Aufbauend auf den theoretischen Betrachtungen von RÖHR in [38] und MARKERT/NICOLETTI in [27] wird ein eigener neuer Lösungsansatz präsentiert und die sich daraus ergebenden mathematischen Formulierungen der Verlustmomente für das kreiszylindrische Gleitlager werden hergeleitet. Mit dem von RÖHR und MARKERT/NICOLETTI verwendeten linearen mathematischen Modell eines einfach besetzten Läufers in zwei Gleitlagern wird das instationäre Antwortverhalten, insbesondere die Drehzahlabhängigkeit vom Schwingungszustand, unter Beachtung eines begrenzten Antriebsmomentes und dem von den

Schwingungsamplituden abhängigen Verlustmoment berechnet. Damit steht erstmals eine Beschreibung zur Verfügung, die den Energietransfer von den Translationsschwingungen in die Drehung auch in der Bewegungsgleichung konsistent berücksichtigt. Die Ergebnisse werden auf Plausibilität überprüft und mit den Ergebnissen aus den vorangegangenen Arbeiten verglichen. Abschließend werden die theoretischen Überlegungen durch Experimente am institutseigenen Rotorversuchsstand und ein mathematisches Modell des Versuchsstands, welches das hergeleitete Verlustmoment berücksichtigt, verifiziert.

Kapitel 2

Ansätze zur Lösung der Fragestellung

Die im Abschnitt 1 beschriebene unzureichende Abbildung des Systemverhaltens gleitgelagerter Rotoren im instationären Betrieb unter Annahme eines ungeregelten begrenzten Antriebsmomentes M_{A+} hat Anlass zu weiteren theoretischen Untersuchungen gegeben. Bis zum Beginn dieser Arbeit haben diese Untersuchungen zu keinem Ergebnis geführt, welches den Sachverhalt der eingehenden Erläuterungen zufriedenstellend abbildet. Nachfolgend wird ein Überblick der Überlegungen und Ergebnisse früherer Forschungsarbeiten gegeben und weiterführend der neue Lösungsansatz der aktuellen Arbeit beschrieben.

2.1 Bestehende Lösungsansätze

In den Arbeiten von MARKERT/NICOLETTI [27] wird der heuristische Ansatz verfolgt, dass das Verlustmoment M_{VL} im direkten Zusammenhang mit dem linearen Gleichungssystem (1.1) der lateralen Schwingungen steht. Infolge der dynamischen Eigenschaften der Gleitlager sind sämtliche Systemmatrizen besetzt und von der Drehzahl abhängig. In der gewählten Darstellung sind nach [26] die Matrizen $(\mathbf{B} + \mathbf{G})$ der geschwindigkeitsproportionalen Kräfte und $(\mathbf{K} + \mathbf{N})$ der wegproportionalen Kräfte aufgespalten in

- die symmetrische Dämpfungsmatrix $\mathbf{B} = \mathbf{B}^T$,
- die antimetrische gyroskopische Matrix $\mathbf{G} = -\mathbf{G}^T$,
- die symmetrische Steifigkeitsmatrix $\mathbf{K} = \mathbf{K}^T$ und
- die antimetrische zirkulatorische Matrix $\mathbf{N} = -\mathbf{N}^T$.

Unter der Voraussetzung, dass sowohl die symmetrische Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} als auch die symmetrische Dämpfungsmatrix \mathbf{B} positiv definit sind, wird angenommen, dass

ein instabiles System mit aufklingenden freien Rotorschwingungen auf das Vorhandensein der zirkulatorische Matrix \mathbf{N} zurückzuführen ist. Aufbauend auf diesem Postulat wird angenommen, dass die Leistung, welche zum Aufklingen der lateralen Schwingungen \mathbf{r} notwendig ist, aus der Leistungsbilanz $\dot{\mathbf{r}}^T \mathbf{N} \mathbf{r}$ der nichtkonservativen auslenkungsproportionalen Lagerkräfte stammt. Die Leistung, die zum Aufklingen der lateralen Schwingungen \mathbf{r} führt, muss im Sinne der Energiekonsistenz dem Antrieb entzogen werden, so dass für das Verlustmoment

$$M_{VL1} = -\frac{1}{\dot{\varphi}} \dot{\mathbf{r}}^T \mathbf{N} \mathbf{r} \quad (2.1)$$

in der Gleichung für die Rotation angenommen wird.

In Abb. 2.1 sind die Ergebnisse der zugehörigen numerischen Simulation bei konstantem Antriebsmoment M_{A+} dargestellt. Das zu Grunde liegende Gleichungssystem der lateralen Schwingungen für die numerischen Rechnungen entspricht dem in Kapitel 4 eingeführten mathematischen Modell (4.1) mit seinen Parametern (Gln. (4.6) bis

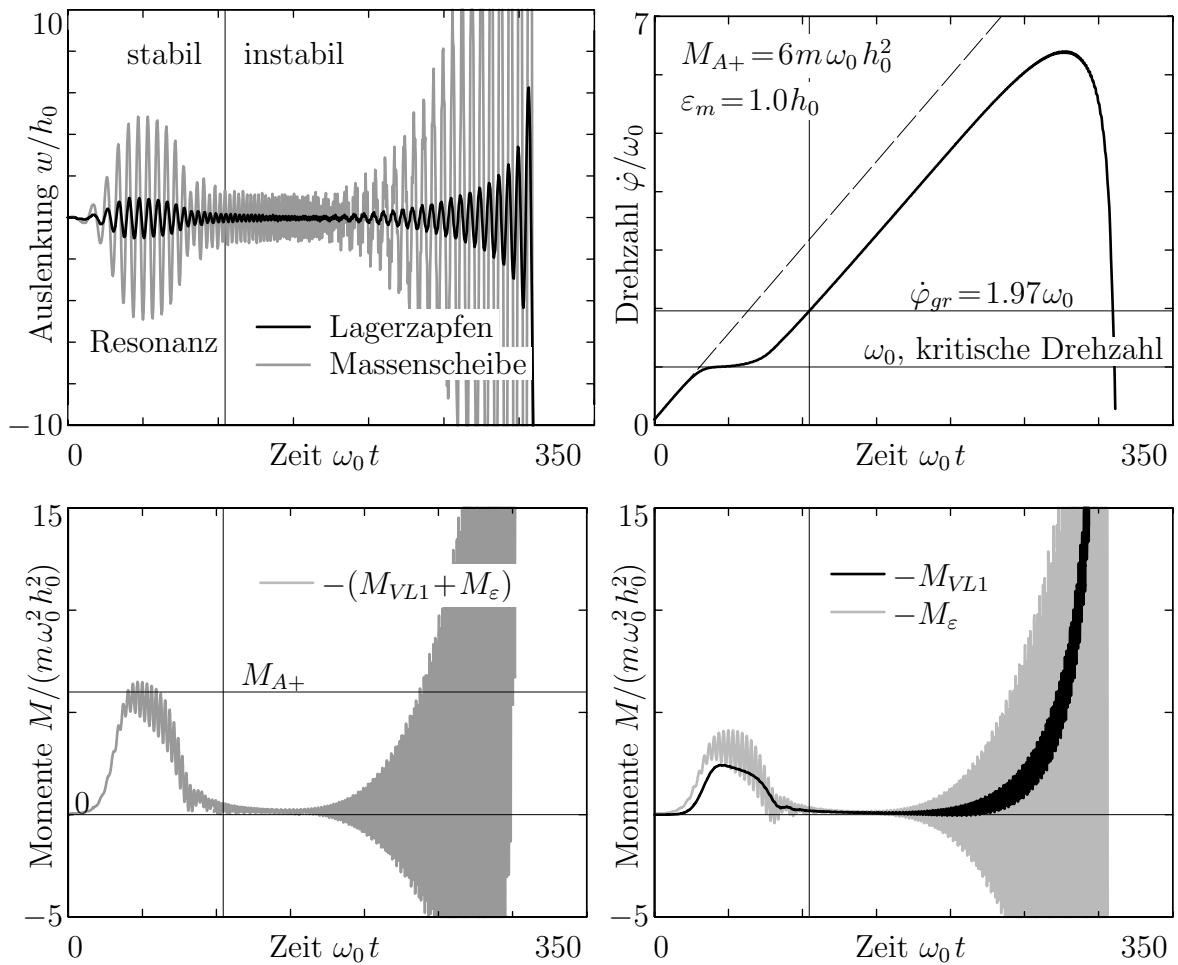


Abbildung 2.1: Hochlauf mit konstantem Antriebsmoment unter Berücksichtigung der Verlustmomente M_{VL1} nach Gl. (2.1) und M_ε nach Gl. (4.3), Modell und Parameter aus Abschnitt 4.1

(4.11)) und den durch GLIENICKE experimentell bestimmten Gleitlagerzahlen gemäß den Gln. (4.12) und (4.13). Das angenommene Verlustmoment (2.1) wird in die Momentengl. (4.2) anstelle des Gleitlagerreibmomentes M_{GL} , welches später eingeführt wird, eingesetzt.

Bis zum Erreichen der Stabilitätsgrenzdrehzahl $\dot{\varphi}_{gr}$ entspricht das Antwortverhalten den einleitend beschriebenen Beobachtungen durch RÖHR. Nach Überschreiten der Grenzdrehzahl klingen die Rotorschwingungen auf, ohne dass zunächst eine Rückwirkung auf die Drehzahl zu erkennen ist. Erst wenn die Auslenkungen merklich groß werden nimmt der Verlustterm M_{VL1} ausreichend große Werte an und der Drehzahlanstieg wird geringer. Schließlich fällt die Drehzahl $\dot{\varphi}$ infolge der weiterhin stark anwachsenden Rotorauslenkungen \mathbf{r} rapide ab. Nach der Rückkehr in den stabilen Betriebsdrehzahlbereich reicht die Dämpfung des Systems nicht aus, die großen Amplituden ausreichend schnell zu senken und damit den Einfluss des Koppelterms M_{VL1} auf die Drehbeschleunigung zu lindern. Die Drehzahl $\dot{\varphi}$ nimmt bis zum Versagen des numerischen Modells kontinuierlich ab. Eine gedankliche Fortsetzung des Verlaufs lässt auf einen Drehrichtungswechsel mit rückwärts laufendem Rotor schließen. Mit physikalischem Verständnis ist das beschriebene Verhalten nicht zu erklären. Ein Grenzykel auf der Stabilitätsgrenzdrehzahl $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_{gr}$ stellt sich durch den verwendeten Verlustterm M_{VL1} nicht ein.

In einem erweiterten Ansatz von MARKERT/NICOLETTI wird zusätzlich zum energetischen Einfluss der zirkulatorischen Matrix \mathbf{N} die dissipierte Energie infolge der Dämpfungsmatrix \mathbf{B} im Verlustmoment berücksichtigt,

$$M_{VL2} = -\frac{1}{\dot{\varphi}} (\dot{\mathbf{r}}^T \mathbf{N} \mathbf{r} + \dot{\mathbf{r}}^T \mathbf{B} \dot{\mathbf{r}}). \quad (2.2)$$

Die in den nachfolgenden Rechnungen verwendete drehzahlabhängige Dämpfungsmatrix ist für alle Rotordrehzahlen $\dot{\varphi}$ positiv definit, vgl. Abb. 4.3. Das in Abb. 2.2 dargestellte Ergebnis ähnelt dem zuvor vorgestellten Verlauf. Das verwendete Verlustmoment führt nach Überschreiten der Stabilitätsgrenzdrehzahl ebenfalls zu einem zeitlich stark verzögerten Anwachsen der Verlustmomente und einem daraus resultierendem Drehzahlabfall, der im Bildausschnitt nicht dargestellt ist.

In den ursprünglichen Betrachtungen [27] wird das Verlustmoment durch die dissipativen Kräfte fälschlicherweise mit einem negativen Vorzeichen berücksichtigt. Die Berechnung unter dieser Annahme führt zu einem Grenzykel um die Stabilitätsgrenzdrehzahl. Jedoch nimmt in [27] entgegen den gängigen Beobachtungen und energetischen Überlegungen die Drehbeschleunigung $\ddot{\varphi}$ im Bereich der Resonanz zu, so dass mit dieser Annahme beispielsweise das Hängenbleiben in der Resonanz nicht abgebildet werden kann.

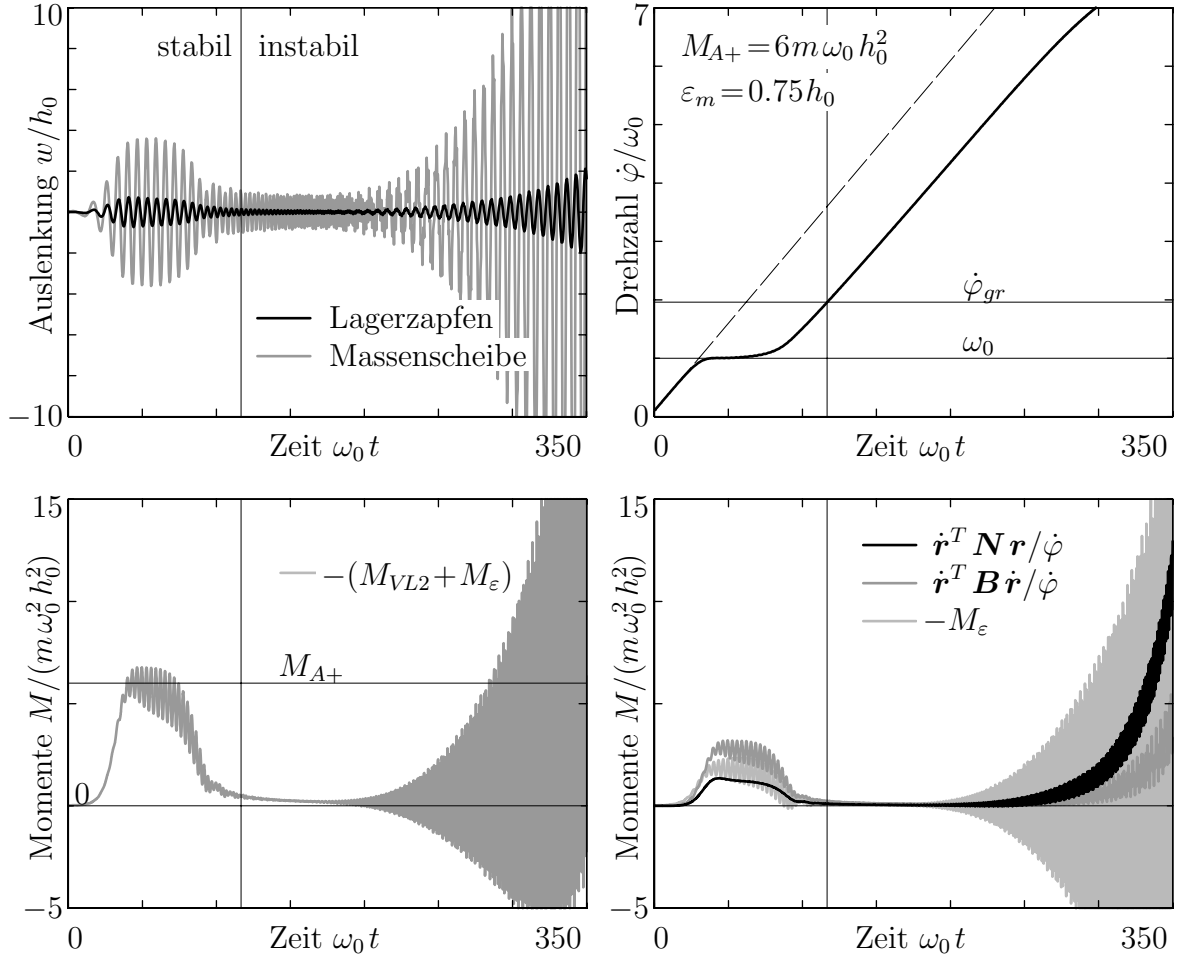


Abbildung 2.2: Hochlauf mit konstantem Antriebsmoment unter Berücksichtigung der Verlustmomente M_{VL2} nach Gl. (2.2) und M_ε nach Gl. (4.3), Modell und Parameter aus Abschnitt 4.1

Die Unzulänglichkeit des verwendeten Vorzeichens zur Beschreibung des korrekten Sachverhalts wurde im Rahmen dieser Arbeit korrigiert.

In einem weiteren Ansatz von MARKERT/NICOLETTI [27] wird zusätzlich zum Verlustmoment M_{VL1} infolge der nichtkonservativen Kräfte ein drehzahlproportionales Antriebsmoment $M_{A+}(\dot{\phi})$ angenommen. Das zur Verfügung stehende Antriebsmoment

$$M_{A+}(\dot{\phi}) = \left(1 - \frac{\dot{\phi}}{\dot{\phi}_B}\right) M_{A0} \quad (2.3)$$

nimmt in Abhängigkeit von einer vorher gewählten Betriebsdrehzahl $\dot{\phi}_B$ und dem Stillstandsmoment M_{A0} linear mit der Drehzahl $\dot{\phi}$ ab. Durch die drehzahlproportionale Abnahme des resultierenden Antriebsmomentes nimmt die Drehbeschleunigung linear mit der Drehzahl ab, bis die Betriebsdrehzahl $\dot{\phi}_B$ erreicht ist, Abb. 2.3. Im vorliegenden Beispiel verharrt die Rotordrehzahl einige Zeit im Bereich der Betriebsdrehzahl $\dot{\phi}_B > \dot{\phi}_{gr}$, während die Rotorauslenkungen und damit auch das Verlustmo-

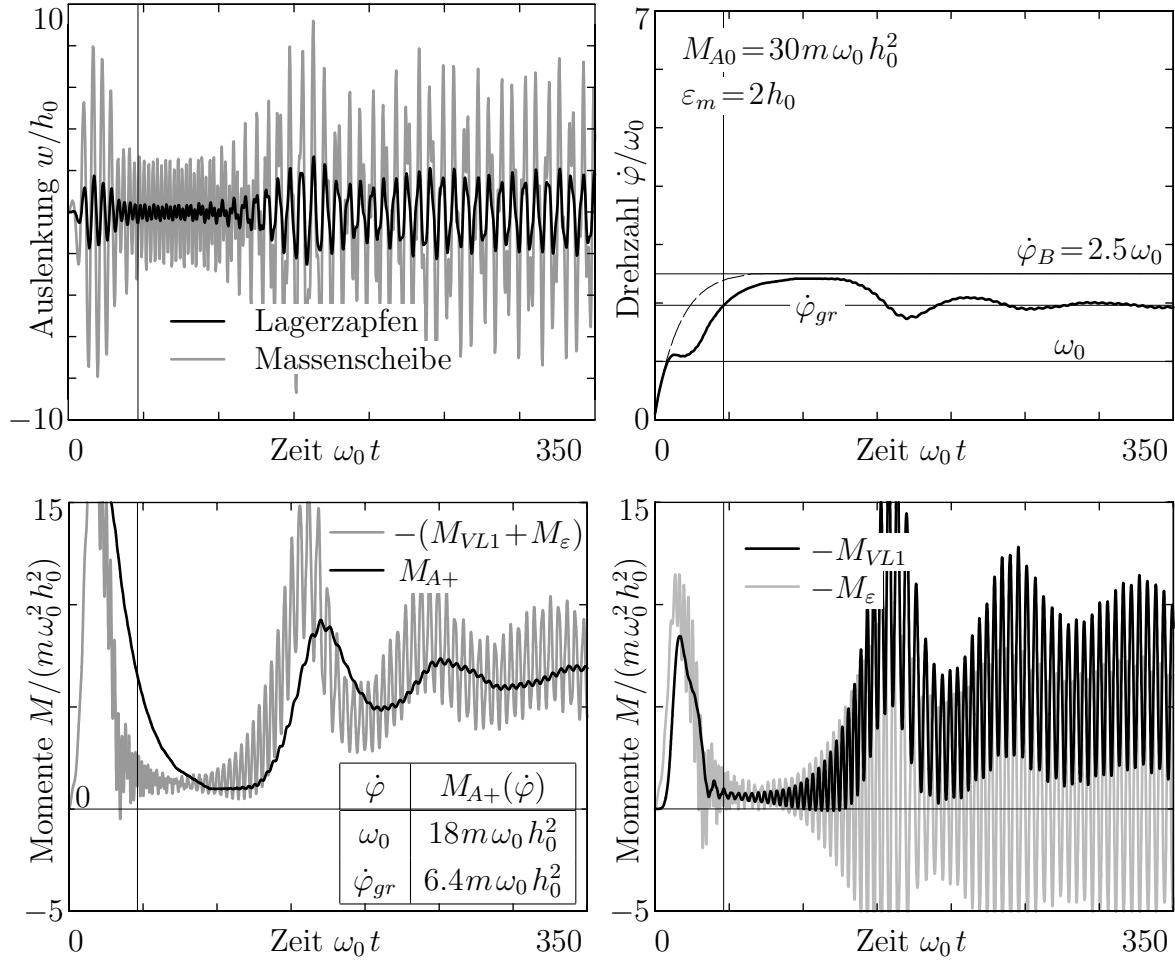


Abbildung 2.3: Hochlauf unter Berücksichtigung eines drehzahlabhängigen Antriebsmomentes $M_{A+}(\dot{\varphi})$ nach Gl. (2.3) und der Verlustmomente M_{VL1} nach Gl. (2.1) und M_ε nach Gl. (4.3), Modell und Parameter aus Abschnitt 4.1

ment M_{VL1} aufklingen. Im Vergleich zu den zuvor betrachteten Fällen führen deutlich kleinere Auslenkungsamplituden zu einem Drehzahlabfall bis unter die Stabilitätsgrenzdrehzahl $\dot{\varphi}_{gr}$, was auf das geringere Antriebsmoment zurückzuführen ist. Nach einem Einschwingvorgang stellt sich ein Grenzzzykel mit endlichen, vergleichsweise geringen Auslenkungen und einer Rotordrehzahl $\dot{\varphi} \approx \dot{\varphi}_{gr}$, die ungefähr der Stabilitätsgrenzdrehzahl entspricht, ein.

Anhand dieser und weiterer Rechnungen zeigt sich, dass durch geschickte Wahl der Betriebsdrehzahl $\dot{\varphi}_B$ ein Grenzzzykel im Bereich der Stabilitätsgrenzdrehzahl $\dot{\varphi}_{gr}$ erreicht werden kann. Insbesondere wenn das verbleibende Antriebsmoment in diesem Drehzahlbereich gering ist, reicht die beschriebene Kopplung M_{VL3} zwischen der Rotorauslenkungen \mathbf{r} und der Drehbeschleunigung $\ddot{\varphi}$ aus, ein Hängenbleiben an der Stabilitätsgrenze abzubilden. Ein physikalischer Zusammenhang zwischen dem Antriebsmoment M_{A+} und der gewählten Betriebsdrehzahl $\dot{\varphi}_B$ fehlt jedoch.

2.2 Lösungsansatz der vorliegenden Arbeit

Dem nachfolgend beschriebenen Ansatz geht eine umfassende Untersuchung zu den Überlegungen von MARKERT/NICOLETTI in einer diese Arbeit begleitenden Bachelor-Thesis von KILIAN [23] voraus, die der Autor dieser Arbeit betreut und maßgeblich geprägt hat.

Es bleibt festzuhalten, dass die einem instabilen System zugeführte Leistung nicht allein aus den zirkulatorischen Kräften $\mathbf{N}\mathbf{r}$ bestimmt werden kann. Dies lässt sich anhand von Studien am Beispiel eines Doppelpendels mit Folgelast, wie es in [49] und [19] beschrieben ist, belegen. Darüber hinaus kann mit diesem Modell gezeigt werden, dass Systeme mit zirkulatorischer Matrix \mathbf{N} nicht zwangsläufig instabil sind und zusätzlich aufgebrachte Dämpfung mit positiv definiter Dämpfungsmatrix \mathbf{B} ein vormals stabiles System in ein instabiles überführen kann [19].

In der vorliegenden Arbeit wird das Verlustmoment M_{VL} basierend auf den an der Zapfenoberfläche wirkenden Scherkräften τ des Schmierfilms ermittelt. Diese Scherkräfte sind sowohl vom Schwingungszustand als auch von der Drehzahl abhängig.

Das Vorgehen wird am Schema nach MARKERT [25] betrachtet, welches um den Gleitlagereinfluss erweitert wird. Im oberen Bereich der Abb. 2.4 ist die in [25] beschriebene Kopplung zwischen der Drehbewegung und den Biegeschwingungen des Rotors abgebildet, welche aus dem Moment der am Wellendurchstoßpunkt W angreifenden Wellenrückstellkraft um den Schwerpunkt S resultiert.

Durch die Gleitlager werden zusätzliche Kräfte F_{GLz} und F_{GLy} sowie Momente M_{GL} , wie durch VOGELPOHL [47] beschrieben, in das System eingebracht. Ebenso wie die Lagerkräfte F_{GLz} und F_{GLy} hängt auch das Gleitlagermoment M_{GL} von der Zapfendrehung $\dot{\varphi}$ und der Zapfenbewegung r_{GL} und \dot{r}_{GL} im Gleitlager ab. Zusätzlich zum Druckverlauf p im Gleitlager, der die Lagerkräfte liefert, und dessen Einfluss in Gl. (1.1) berücksichtigt ist, wird das Gleitlagermoment M_{GL} infolge der Scherspannung τ im Gleitlager bestimmt und in der Momentenbilanz (1.2) sowohl in nichtlinearer als auch linearisierter Form berücksichtigt.

Das hergeleitete Verlustmoment wird auf seine Zusammenhänge mit den wirkenden Ölfilmkräften F_{GLz} und F_{GLy} im Hinblick auf einen vom Zapfenmittelpunkt L unterschiedlichen Kraftangriffspunkt K untersucht, vgl. Abb. 1.2.

Das Gleitlagermoment M_{GL} wird in bisherigen Betrachtungen zur Abschätzung des Verlustmomentes am schwingungsfreien Arbeitspunkt oder in Modellen zur Abbildung von Schwimmbuchsenlagern berücksichtigt. Bei der Schwimmbuchsenlagerung hängt die Schwimmbuchsendrehzahl von der Momentenbilanz an der Schwimmbuchse und den Druckverläufen der beiden Schmierfilme ab. Eine direkte Rückwirkung des in dieser Arbeit hergeleiteten Verlustmomentes M_{VL} infolge von Zapfenbewegung r_{GL} und

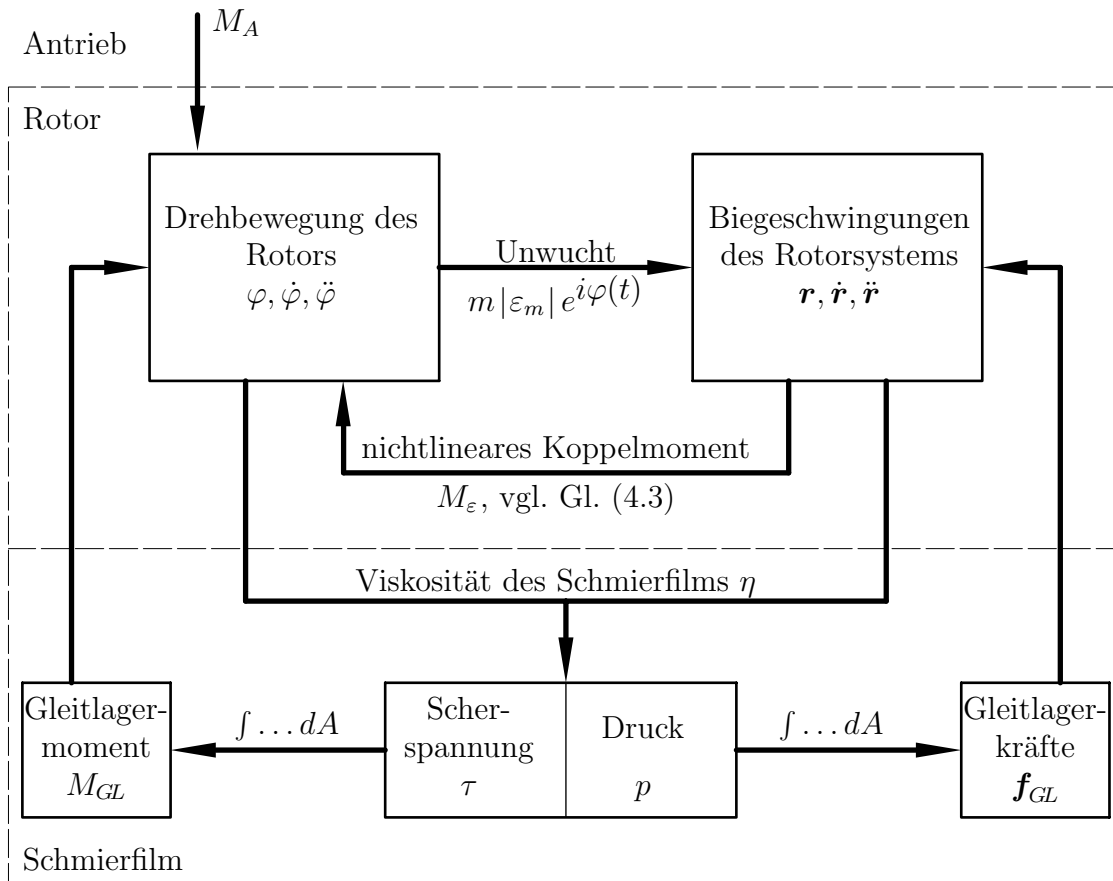


Abbildung 2.4: Schematische Darstellung der Kopplung zwischen Biegeschwingung und Drehbewegung für den Laval-Rotor in Gleitlagern.

\dot{r}_{GL} auf den Antrieb wurde, wie in Abschnitt 1.2 beschrieben, noch nicht betrachtet.

Kapitel 3

Eigenschaften der Gleitlager

Hydrodynamische Gleitlager zeichnen sich durch ihren vergleichsweise einfachen Aufbau, ihren geringen Wartungsaufwand infolge der Verschleißarmut und einem geringen Gleitlagermoment aus. Die Lager- und Öleigenschaften sowie die Rotordrehzahl und die Lagerlast beeinflussen das dynamische Verhalten gleitgelagerter Rotoren maßgeblich. Im Folgenden werden die Eigenschaften von Gleitlagern erläutert. Ausgehend von den analytischen Verfahren zur Berechnung der Schmierfilmkräfte werden die auf den Zapfen wirkenden Gleitlagermomente infolge der an der Zapfenoberfläche angreifenden Scherspannungen analytisch hergeleitet. Aufbauend auf den analytischen Beschreibungen wird ein physikalischer Zusammenhang zwischen den Lagerkräften und -momenten gesucht. Es wird erwartet, dass das Gleitlagermoment durch die Lagerkräfte, welche an einem vom Zapfenmittelpunkt verschiedenen Punkt angreifen, äquivalent abgebildet werden kann.

3.1 Druckverlauf und resultierende Kräfte im Gleitlager

Grundlage der hydrodynamischen Schmierfilmtheorie ist die 1886 von REYNOLDS [36] durch vereinfachende Annahmen aus den NAVIER-STOKES-Gleichungen hergeleitete REYNOLDS-Differentialgleichung. Die REYNOLDS-Differentialgleichung

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) = 6 \eta \dot{\varphi} \frac{\partial h}{\partial \theta} + 12 \eta \frac{\partial h}{\partial t} \quad (3.1)$$

nach [3] in Zylinderkoordinaten, die entsprechend Abb. 3.1 durch die axiale Koordinate x und die Umfangskoordinate θ gegeben sind, beschreibt den orts- und zeitabhängigen Druckverlauf $p(\theta, x, t)$. Dieser ist abhängig vom Zapfenradius R , der Viskosität η des Schmiermittels, der Zapfendrehzahl $\dot{\varphi}$ und der Schmierpalthöhe h sowie deren zeitli-

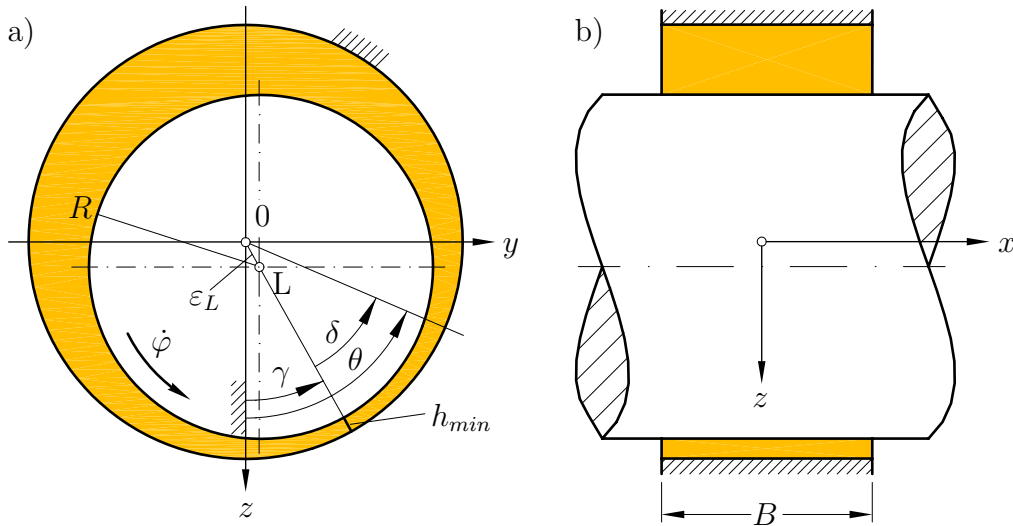


Abbildung 3.1: a) Querschnitt des Kreiszyylinderlagers
b) Längsschnitt

chen und räumlichen Änderungen $\partial h / \partial t$ und $\partial h / \partial \theta$. Für das nachfolgend betrachtete kreiszyllindrische Gleitlager wird die Schmierpalthöhe

$$h(\theta, t) = h_0 - \varepsilon_L \cos(\theta - \gamma) \quad (3.2)$$

entlang der Umfangskoordinate θ durch das geometrisch bedingte nominelle Lager-spiel h_0 und die zeitveränderliche radiale Zapfenauslenkung $\varepsilon_L(t)$ beschrieben. Die REYNOLDS-Differentialgleichung (3.1) ist geschlossen analytisch nur für Sonderfälle lösbar. Die bekanntesten Sonderfälle sind die Langlagertheorie und die Kurzlagertheorie, wie sie u. a. durch GASCH, PFÜTZNER und NORDMANN [14] beschrieben werden. Für endlich lange Lager muss die Differentialgleichung numerisch gelöst werden. Alle Lösungsverfahren führen für das kreiszyllindrische Lager auf Druckfunktionen $p(x, \theta, t)$, welche eine 2π -Periodizität in Umfangsrichtung θ entsprechend der Schmierpalthfunktion $h(\theta)$ aufweisen. Exemplarisch sind hierzu die analytisch berechneten Druckverläufe $p(\theta)$ der Kurz- und der Langlagertheorie in Abb. 3.2 gezeigt.

Die mathematische Lösung führt auf Schmierfilmdrücke $p < p_D$, die kleiner als der Verdampfungsdruck sind und durch das Schmiermittel nicht aufgenommen werden können. GÜMBEL und REYNOLDS formulieren verschiedene Ansätze zur Lösung dieses Problems, z. B. [41]. Der für die analytische Betrachtung einfachste Näherungsansatz für das Druckbergende wird durch GÜMBEL beschrieben, indem er keine Drücke p zulässt, die kleiner als der Umgebungsdruck p_{stat} sind,

$$p(\theta, x) = p(\theta + 2\pi, x) \quad \text{mit} \quad p \stackrel{!}{=} p_{stat} \quad \text{für berechnete} \quad p < p_{stat}. \quad (3.3)$$

Die Wahl des statischen Drucks p_{stat} als Grenzdruck ist durch die Annahme gerechtfertigt, dass die maximalen Schmiermitteldrücke $p_{max} \gg p_{stat}$ in der Regel mehrere

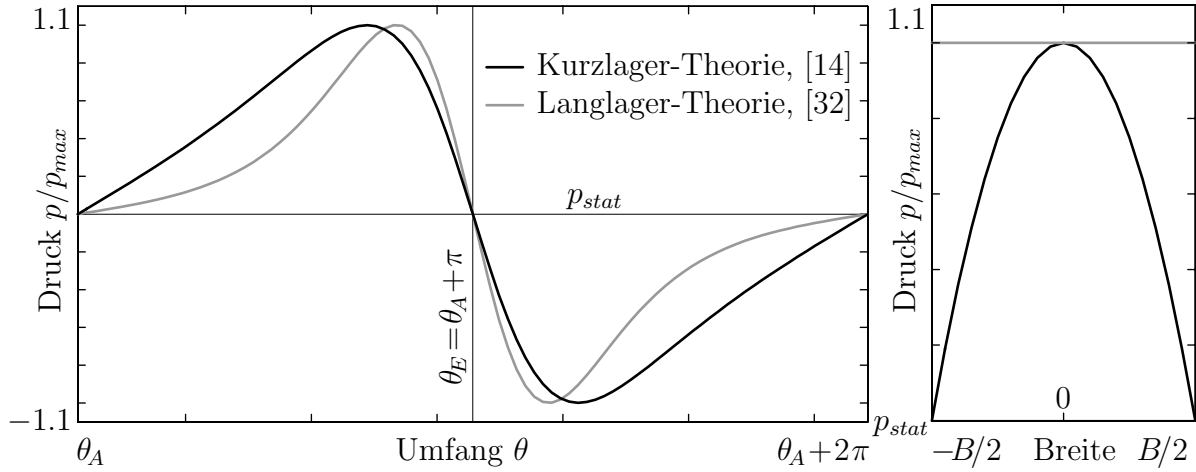


Abbildung 3.2: Analytisch berechnete Druckverläufe des kreiszylindrischen Gleitlagers

- a) entlang der Umfangskoordinate θ in Lagerlängsmittle
- b) in Breitenrichtung x am Ort des Maximaldrucks

Potenzen größer sind als der Umgebungsdruck bzw. der Dampfdruck p_D , so dass für den Verdampfungsdruck $p_D \approx p_{stat}$ gilt. Bei kleiner Lagerlast und großer Lagerbreite kann der maximale Druck p_{max} auch kleinere Werte annehmen, so dass der Unterschied zwischen statischem Druck p_{stat} und dem Verdampfungsdruck p_D signifikant wird, [3]. Das Vorgehen von GÜMBEL und REYNOLDS bietet u. a. Vorteile in der analytischen Integration der Druckfunktion.

Ausgehend von der Druckverteilung p und den Überlegungen zum tragenden Druckberg lassen sich die Kräfte F_{GLz} und F_{GLy} auf den Lagerzapfen bei dessen Bewegung im Lagergehäuse berechnen. Hierzu wird der Druck im Bereich des tragenden Druckberges $\theta_A \leq \theta \leq \theta_E$, in dem $p > p_{stat}$ gilt, komponentenweise gemäß der Vorschrift

$$\begin{aligned}
 F_{GLy} &= - \int_{-B/2}^{B/2} \int_{\theta_A}^{\theta_E} p(\theta) \sin \theta R d\theta dx \quad \text{und} \\
 F_{GLz} &= - \int_{-B/2}^{B/2} \int_{\theta_A}^{\theta_E} p(\theta) \cos \theta R d\theta dx
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

integriert. In Abb. 3.3 sind die äquivalenten Darstellungen des tragenden Druckberges und den daraus resultierenden Kräften gezeigt. Deutlich wird, dass aus dem Schmierfilmdruck nur zentrisch im Zapfenmittelpunkt L angreifende Kräfte entstehen.

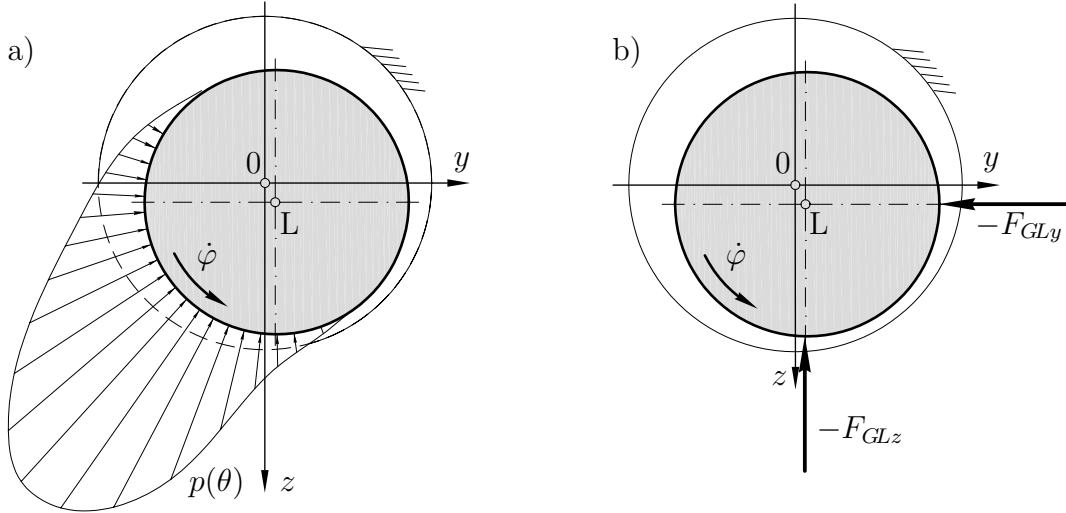


Abbildung 3.3: Querschnitt des Kreiszyylinderlagers mit

- a) Verlauf des tragenden Druckbergs und
- b) daraus resultierenden Ölfilmkräften (ohne Scherkräfte)

3.1.1 Stationäre Verlagerungsbahn

Unter einer zeitlich konstanten Last F_0 , die in Anlehnung an die Gewichtskraft in vertikaler Richtung auf den Zapfen wirken soll, stellt sich ein Kräftegleichgewicht

$$\begin{aligned}
 F_{GLy0} &= - \int_{-B/2}^{B/2} \int_{\gamma_0-\pi}^{\gamma_0} p_0(\theta) \sin \theta R d\theta dx = 0, \\
 F_{GLz0} &= - \int_{-B/2}^{B/2} \int_{\gamma_0-\pi}^{\gamma_0} p_0(\theta) \cos \theta R d\theta dx = -F_0
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

mit den Lagerkräften F_{GLz0} und F_{GLy0} unter dieser konstanten Last ein. Die Lagerkräfte F_{GLz0} und F_{GLy0} werden mit Gl. (3.4) unter Annahme des im konvergierenden Spalt $\gamma_0 - \pi \leq \theta \leq \gamma_0$ tragenden Schmierfilmdruckes

$$p_0 = p(\varepsilon_0, \gamma_0, \dot{\varepsilon}=0, \dot{\gamma}=0) \tag{3.6}$$

gebildet. Im Gleichgewicht nach Gl. (3.5) stellt sich bei einer konstanten Zapfendrehzahl $\dot{\varphi}$ infolge der stationären Last F_0 die stationäre Lage ε_0 und γ_0 , der Arbeitspunkt A, ein. Die verschiedenen stationären Betriebspunkte A werden durch eine dimensionslose Ähnlichkeitszahl, der SOMMERFELD-Zahl

$$So = \frac{F_0 \psi^2}{BD\eta \dot{\varphi}} \tag{3.7}$$

mit der relativen Spaltweite

$$\psi = \frac{h_0}{R} \tag{3.8}$$

und dem Zapfendurchmesser

$$D = 2R, \quad (3.9)$$

charakterisiert. Sowohl die Zapfenexzentrizität $\varepsilon_0(\text{So})$ als auch der Verlagerungswinkel $\gamma_0(\text{So})$ der stationären Gleichgewichtslage sind Funktionen der SOMMERFELD-Zahl So und damit der Drehzahl $\dot{\varphi}$. Die Menge aller Gleichgewichtslagen A eines Lagers ist in der Ortskurve der statischen Ruhelagen, der Gümbelkurve (Abb. 3.4 links), zusammengefasst. Die Gümbelkurve kann sowohl im Versuch als auch durch Lösung der Gl. (3.5) ermittelt werden. Die drehzahlabhängigen Lagen der Gleichgewichtslagen

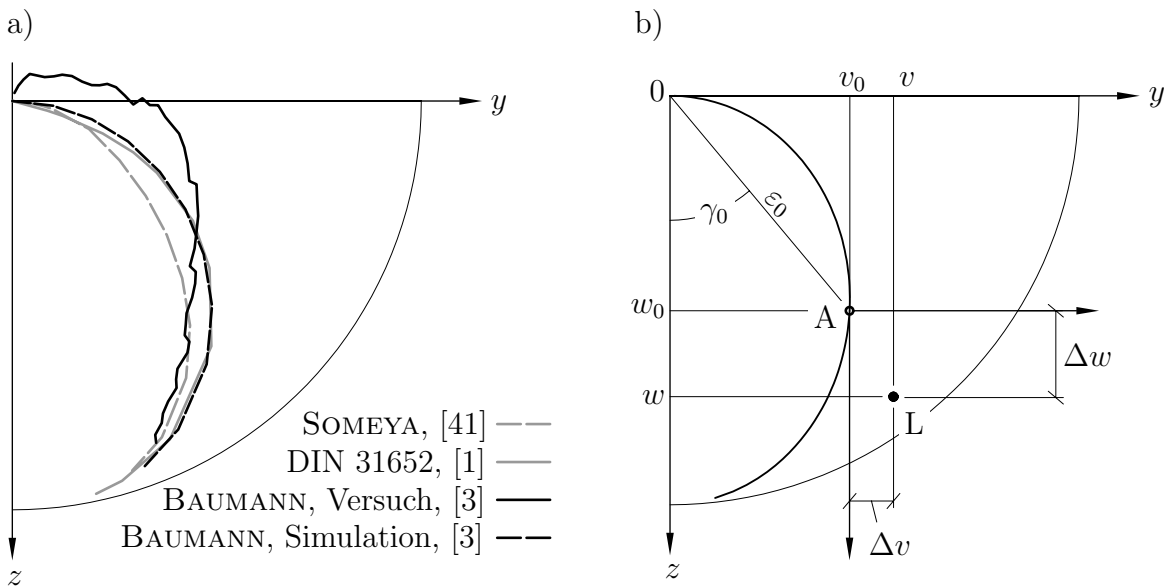


Abbildung 3.4: a) Stationäre Verlagerungsbahnen (Gümbelkurve) verschiedener Lager mit $B/D=1$ nach [3]
b) Koordinaten des linearisierten Systems

hängen neben der SOMMERFELD-Zahl So auch von der Lagergestalt ab. Die in Abb. 3.4 dargestellte Gümbelkurve nach SOMEYA [41] gilt für Lager mit zwei gegenüberliegenden Ölzufuhrnuten, während die anderen Beispiele für Lager mit einer einzelnen Zufuhrnut gelten, [3].

3.1.2 Linearisierung

Infolge zeitlich veränderlicher Kräfte führt der Zapfen L in jedem festen Betriebspunkt ($\text{So}=\text{const.}$) Bewegungen Δv_L und Δw_L um seine Ruhelage A aus, (Abb. 3.4 rechts). Für kleine Bewegungen Δv_L und Δw_L um die Ruhelage A können die Bewegungen linear beschrieben werden. Im Betrieb einer Maschine an ihrem nominellen Betriebspunkt ($\text{So}=\text{const.}$) tragen Gleitlager neben der statischen Last F_0 zeitveränderliche

Lasten, die beispielsweise durch äußere Prozesskräfte oder Unwuchtkräfte hervorgerufen werden. Diese äußeren Kräfte führen zu Schwingungen Δw_L und Δv_L des Lagerzapfens um seine Gleichgewichtslage A, welche rückstellende, dämpfende oder anfachende Ölfilmkräfte ΔF_z und ΔF_y zur Folge haben. Die linearisierten dynamischen Ölfilmkräfte ΔF_z und ΔF_y lassen sich an jedem Arbeitspunkt A über analytisch oder experimentell bestimmte Dämpfungen und Steifigkeiten

$$c_{ij} = \frac{\partial F_{GLi}}{\partial \dot{j}} \quad \text{und} \quad b_{ij} = \frac{\partial F_{GLi}}{\partial j} \quad \text{mit} \quad i, j = y, z \quad (3.10)$$

beschreiben. Die Gleitlagerkoeffizienten werden oftmals in ihrer dimensionslosen Form

$$\gamma_{ij}(\text{So}) = \frac{h_0}{F_{GL0}} c_{ij} \quad \text{und} \quad \beta_{ij}(\text{So}) = \frac{h_0 \dot{\varphi}}{F_{GL0}} b_{ij} \quad (3.11)$$

angegeben, so dass für die linearisierten dynamischen Gleitlagerkräfte

$$\begin{aligned} - \begin{bmatrix} \Delta F_z \\ \Delta F_y \end{bmatrix} &= \frac{F_0}{h_0 \dot{\varphi}} \begin{bmatrix} \beta_{zz}(\text{So}) & \beta_{zy}(\text{So}) \\ \beta_{yz}(\text{So}) & \beta_{yy}(\text{So}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \dot{w}_L \\ \Delta \dot{v}_L \end{bmatrix} + \\ &+ \frac{F_0}{h_0} \begin{bmatrix} \gamma_{zz}(\text{So}) & \gamma_{zy}(\text{So}) \\ \gamma_{yz}(\text{So}) & \gamma_{yy}(\text{So}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta w_L \\ \Delta v_L \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.12)$$

gilt. Als Beispiel sind in Abb. 3.5 die aus Messungen von GLIENICKE [16] für ein kreiszylindrisches vollumschlossenes Gleitlager gewonnenen dimensionslosen Koeffizienten dargestellt. Alternativ zur experimentellen Bestimmung können die Gleitlagerkoeffizienten $\gamma_{ij}(\text{So})$ und $\beta_{ij}(\text{So})$ durch numerische Verfahren für beliebige Lagergeometrien

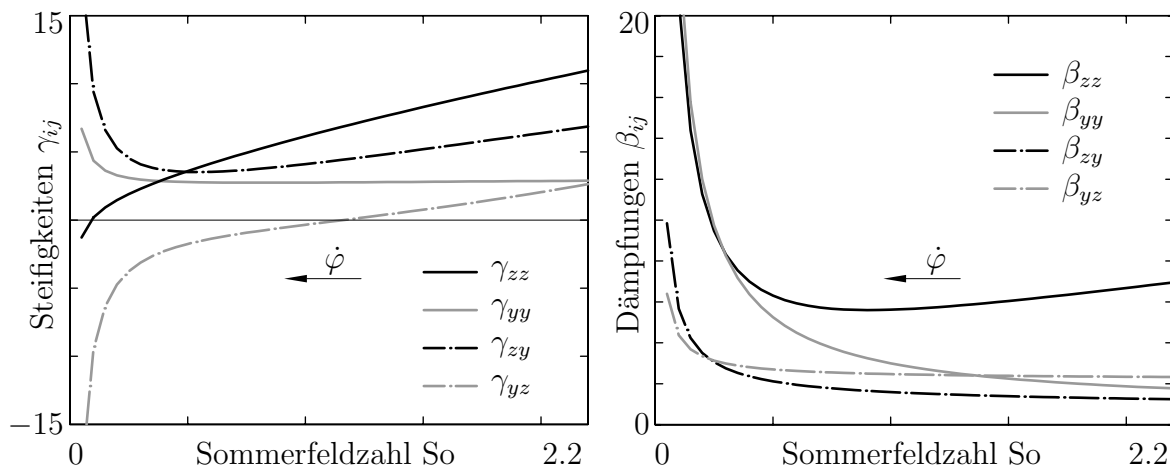


Abbildung 3.5: Experimentell bestimmte Steifigkeits- und Dämpfungskoeffizienten für das kreiszylindrische Lager nach [16] ($B/D = 0.5$).

(z. B. Finite Differenzen Methode, BUTENSCHÖN [4]) oder analytisch basierend auf der Kurz- bzw. der Langlagertheorie [14] ermittelt werden. Eine Sammlung experimentell und numerisch ermittelter Gleitlagerkoeffizienten bei konstanten Drehzahlen findet man für eine Vielzahl unterschiedlicher Lagertypen in SOMEYA [41].

3.2 Verlustmoment durch Fluidreibung

Neben dem durch die REYNOLDS-Gleichung (3.1) beschriebenen Druckverlauf p und den daraus resultierenden Ölfilmkräften F_{GLz} und F_{GLy} wirkt am Lagerzapfen ein Gleitlagermoment M_{GL} . Infolge der Strömungsgeschwindigkeit

$$v_F(\theta, z, t) = -r\dot{\varphi} \frac{z-R}{h(\theta)} + \frac{1}{2\eta} \frac{1}{R} \frac{\partial p}{\partial \theta} [(z-R)^2 + h(\theta)(z-R)], \quad (3.13)$$

im Lagerspalt (Abb. 3.6), die aus der REYNOLDS-Gleichung stammt, vgl. LANG und STEINHILPER [24], treten im Fluid Scherspannungen τ auf, die gemäß der NEWTONschen Schubspannungshypothese

$$\tau = \eta \frac{\partial v_F}{\partial z} \Big|_{z=R-h} = -\frac{\eta R}{h(\theta)} \dot{\varphi} - \frac{h(\theta)}{2R} \frac{\partial p}{\partial \theta} \quad (3.14)$$

betragen. Die Scherspannung τ am Zapfen setzt sich folglich aus zwei additiven Anteilen zusammen: Der erste Anteil ist proportional zur Drehgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ des Zapfens und damit der Drehzahl, der zweite Anteil ist proportional zum Druckgradienten $\partial p / \partial \theta$ in Umfangsrichtung. Beide Anteile sind abhängig von der aktuellen Zapfenposi-

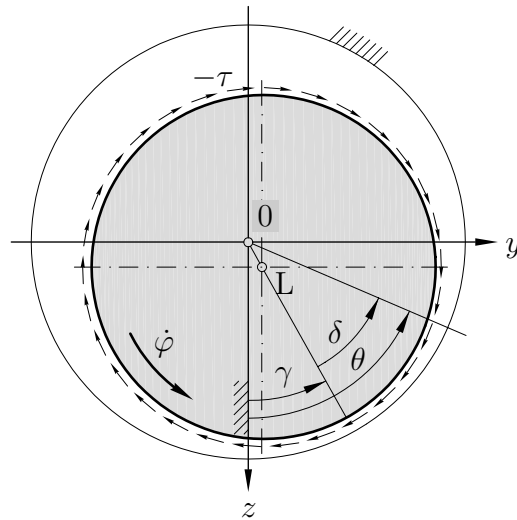


Abbildung 3.6: Querschnitt des Kreiszyylinderlagers
mit Scherspannungen an der Zapfenoberfläche

tion ε_L und γ_L im Lager, die in der Schmierspaltfunktion $h(\theta)$ nach Gl. (3.2) und somit im resultierenden Druckverlauf p enthalten ist. Das resultierende Gleitlagermoment

$$M_{GL}^L = - \int_{-B/2}^{B/2} \int_0^{2\pi} \frac{\eta R \dot{\varphi}}{h(\theta)} R R d\theta dx - \int_{-B/2}^{B/2} \int_{\theta_A}^{\theta_E} \frac{h(\theta)}{2R} \frac{\partial p}{\partial \theta} R R d\theta dx \quad (3.15)$$

um den Zapfenmittelpunkt L wird durch Integration der Schubspannungen τ über die Zapfenoberfläche gebildet. Der drehzahlproportionale Anteil wird über den gesamten Umfang $0 \leq \theta < 2\pi$ integriert. Die Integration des Anteils aus der Druckdifferenz $\partial p / \partial \theta$ wird, wie bei der Kraftintegration aus Abschnitt 3.1, nur über den Bereich des positiven Druckberges durchgeführt, da laut angewandter Theorie sämtliche Drücke, die rechnerisch negativ sind, zu null gesetzt werden. Somit gilt

$$\frac{\partial p}{\partial \theta} = 0 \quad \text{für} \quad \theta_E < \theta < \theta_A. \quad (3.16)$$

Für das kreiszylindrische Lager lässt sich die Schmierspaltfunktion

$$h(\theta, t) = h_0 - \varepsilon_L \cos(\theta - \gamma) \quad (3.17)$$

in Gl. (3.15) einsetzen. Für den drehzahlproportionalen Anteil ergibt sich damit das Moment

$$M_{GL1}^L = - \frac{\eta R^3 \dot{\varphi}}{h_0} \int_{-B/2}^{B/2} \int_0^{2\pi} \frac{1}{1 - \varepsilon_L / h_0 \cos \varphi} d\theta dx = - \frac{\eta B R^3 \dot{\varphi}}{h_0} \frac{2\pi}{\sqrt{1 - (\varepsilon_L / h_0)^2}}. \quad (3.18)$$

Dieser Anteil des Gesamtmomentes M_{GL}^L enthält neben der Drehgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ die bezogene Zapfenposition ε_L / h_0 , die Zähigkeit η des Öls, sowie weitere konstruktive Lagerparameter.

Die im druckinduzierten Moment

$$M_{GL2}^L = - \int_{-B/2}^{B/2} \int_{\theta_A}^{\theta_E} \frac{h}{2R} \frac{\partial p}{\partial \theta} R R d\theta dx \quad (3.19)$$

enthaltene Ableitung des Druckes $\partial p / \partial \theta$ wird durch eine partielle Integration umgangen, so dass sich das zu lösende Integral

$$M_{GL2}^L = - \frac{1}{2} \int_{-B/2}^{B/2} \left[R \underbrace{[hp]_{\theta_A}^{\theta_E}}_0 - \int_{\theta_A}^{\theta_E} p \frac{dh}{d\theta} R d\theta \right] dx \quad (3.20)$$

ergibt. Unter Anwendung des Additionstheorems auf die Ableitung der Schmierspaltfunktion nach Gl. (3.20),

$$\frac{dh}{d\theta} = \varepsilon_L \sin(\theta - \gamma) = \varepsilon_L (\sin \theta \cos \gamma - \cos \theta \sin \gamma), \quad (3.21)$$

sowie den geometrischen Zusammenhängen

$$w_L = \varepsilon_L \cos \gamma \quad \text{und} \quad v_L = \varepsilon_L \sin \gamma \quad (3.22)$$

zur Beschreibung der Zapfenlage ergibt sich der zweite Teil des gesuchten Gleitlagermomentes zu

$$M_{GL2}^L = \frac{w_L}{2} \int_{-B/2}^{B/2} \int_{\theta_A}^{\theta_E} p \sin \theta R d\theta dx - \frac{v_L}{2} \int_{-B/2}^{B/2} \int_{\theta_A}^{\theta_E} p \cos \theta R d\theta dx. \quad (3.23)$$

Zusammen mit den Gln. (3.4) aus der Kraftintegration kann das Moment

$$M_{GL2}^L = -\frac{1}{2} (F_{GLy} w_L - F_{GLz} v_L) \quad (3.24)$$

in Abhängigkeit der wirkenden Lagerkräfte F_{GLz} und F_{GLy} sowie der Zapfenauslenkungen w_L und v_L beschrieben werden.

Damit ergibt sich eine stark vereinfachte Berechnungsmethode im Vergleich zur sonst verwendeten numerischen Berechnung des druckinduzierten Momentes M_{GL2}^L . Eine weitere Integration wurde in Gl. (3.24) umgangen.

Das hergeleitete Gesamtmoment

$$M_{GL}^L = M_{GL1}^L + M_{GL2}^L = -\frac{\eta B R^3 \dot{\varphi}}{h_0} \frac{2\pi}{\sqrt{1 - (\varepsilon_L/h_0)^2}} - \frac{1}{2} (F_{GLy} w_L - F_{GLz} v_L) \quad (3.25)$$

ist maßgeblich abhängig von der Zapfenposition w_L und v_L sowie der Zapfenexzentrizität ε_L im kreiszylindrischen Lager.

Analog zu den Lagerkräften kann das Moment

$$M_{GL}^L = M_{GL0}^L + \Delta M_{GL}^L \quad (3.26)$$

in einen Anteil

$$\begin{aligned} M_{GL0}^L &= M_{GL}^L(\varepsilon_0, \gamma_0, \dot{\varepsilon}=0, \dot{\gamma}=0) = \\ &= -\frac{\eta B R^3 \dot{\varphi}}{h_0} \frac{2\pi}{\sqrt{1 - (\varepsilon_0/h_0)^2}} - \frac{1}{2} (F_0 \varepsilon_0 \sin \gamma_0), \end{aligned} \quad (3.27)$$

welcher am schwingungsfreien stationären Arbeitspunkt A wirkt, und ein auslenkungs- und dämpfungsabhängiges Moment

$$\Delta M_{GL}^L = M_{GL}^L - M_{GL0}^L \quad (3.28)$$

infolge der Schwingungen um die Ruhelage unterteilt werden.

Die Fluidreibung M_{GL0}^L am stationären Arbeitspunkt wird in der Literatur auch mittels eines fiktiven Reibungsbeiwertes

$$\mu_{GL0} = \frac{|M_{GL0}^L|}{F_0 R} \quad (3.29)$$

beschrieben, der das Verhältnis der Fluidreibung zur stationären Lagerlast F_0 unter Beachtung des Zapfenradius R beschreibt. Für den Fall des zentrisch im Lager ($\varepsilon=0$) rotierenden Zapfens ergibt sich aus den Gln. (3.25) und (3.29) die PETROFF-Gleichung

$$\frac{\mu_{GL0}}{\psi} = \frac{\pi}{So}, \quad (3.30)$$

die das Verhältnis des Reibungswertes zum bezogenen Lagerspiel in Abhängigkeit von der SOMMERFELD-Zahl So beschreibt. Sie dient der Abschätzung des stationären Gleitlagermomentes von schnell laufenden Rotoren in Langlagern bzw. in schwach belasteten Lagern ($So < 1$). Im allgemeinen Fall wird der bezogene Reibungswert

$$\frac{\mu_{GL0}}{\psi} = f(So, B/D) \quad (3.31)$$

gemäß LANG und STEINHILPER [24] bzw. SPURK [43] als Funktion der SOMMERFELD-Zahl So und dem Breitenverhältnis B/D angegeben, wodurch der Einfluss der ortsabhängigen Druckverläufe im Schmierfilm besser erfasst wird.

Eine Beschreibung der Momentenänderung ΔM_{GL}^L infolge der Rotorschwingungen um die Ruhelage A ist in der Literatur bisher nicht zu finden.

3.2.1 Zusammenhang zwischen Ölfilmkraft und -moment

Die Berechnung der Gleitlagerkräfte mittels der Gln. (3.4) bzw. (3.12) ist abgesichert und durch empirische Daten belegt. Die Eigenschaften der Gleitlager sind in Rechnungen und Messungen gut untersucht. Für das hergeleitete Gleitlagermoment liegen – außer den analytischen Betrachtungen – hingegen keine Daten vor. In Anlehnung an den Drehwiderstand infolge der Wellenverbiegung M_ε wird für das Gleitlager ein Zusammenhang zwischen Lagerkräften und den rückwirkenden Gleitlagermomenten gesucht.

Der druckinduzierte Momentenanteil M_{GL2} des Gleitlagermomentes M_{GL} steht im direkten Zusammenhang mit den Gleitlagerkräften F_{GLz} und F_{GLy} und den Auslenkungen w_L und v_L des Lagerzapfens. Die Darstellung in der Form

$$\mathbf{m}_{GL2}^L = \frac{1}{2} \mathbf{r}_L \times \mathbf{f}_{GL} \quad (3.32)$$

lässt auf einen vom Zapfenmittelpunkt L abweichenden Angriffspunkt K der Gleitlagerkraft schließen, wie er in Abb. 3.7 dargestellt ist. Die in Gl. (3.32) beschriebene äquivalente Abbildung der Kräfte und Momente gilt auch an der Lagerschale.

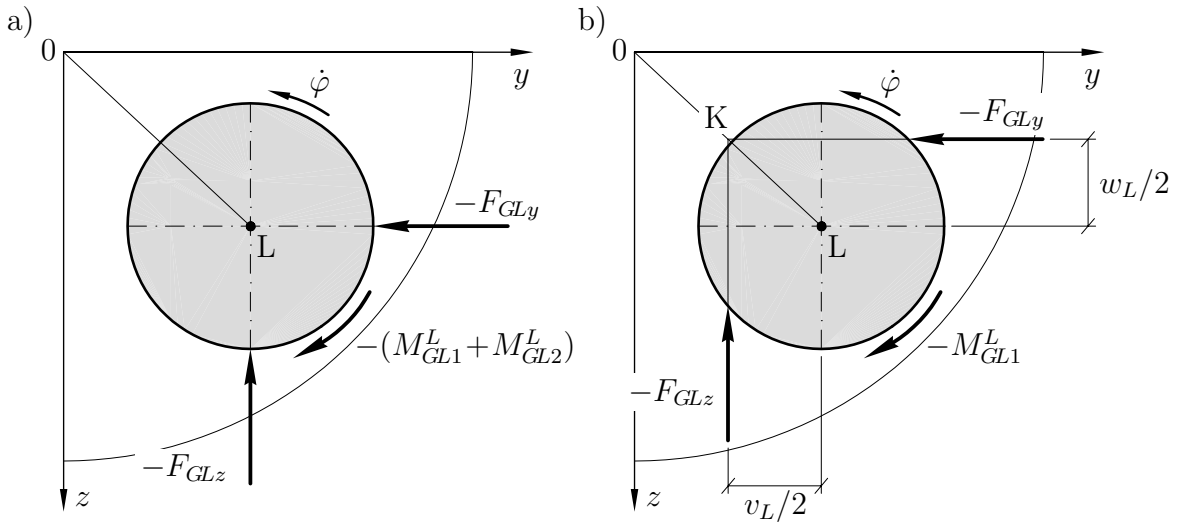


Abbildung 3.7: Äquivalente Darstellung des Gleitlagermoments:

- a) Lagerkräfte am Zapfenmittelpunkt
- b) außermittig angreifende Lagerkräfte

Der drehgeschwindigkeitsproportionale Anteil $M_{GL1}^L(\dot{\varphi})$ weist keinen direkten Zusammenhang mit den wirkenden Lagerkräften F_{GLz} und F_{GLy} auf. Während die Gleitlagerkräfte sowohl von der Zapfenlage w_L und v_L als auch deren zeitlicher Änderung \dot{w}_L und \dot{v}_L abhängig sind, wird das drehzahlproportionale Moment $M_{GL1}^L(\dot{\varphi})$ nur von der Zapfenlage w_L und v_L beeinflusst. Selbst für den Betrieb am Arbeitspunkt besteht kein einfacher physikalischer Zusammenhang zwischen dem fiktiven Reibwert μ_{GL0} und der Zapfenlage im Sinne eines Hebelarmes.

Näherungen um den Arbeitspunkt

Die bisherigen Betrachtungen wurden an der nichtlinearen Funktion (3.25) des Verlustmomentes M_{GL}^L durchgeführt, in der die Auslenkungen w_L und v_L des Lagerzapfens vom Lagermittelpunkt 0 ausschlaggebend sind. Wird das zeitabhängige Verhalten des Lagerzapfens mittels linearer Theorie mit Dämpfungs- und Steifigkeitskoeffizienten $\beta_{ij}(\text{So})$ und $\gamma_{ij}(\text{So})$ durchgeführt, stehen aus der Berechnung des Gleichungssystems

(3.12) die vom Arbeitspunkt A abweichenden Auslenkungen Δw_L und Δv_L sowie die dynamischen Kräfte ΔF_z und ΔF_y zur Verfügung. In derselben Weise wie die Lagerkräfte kann auch das Gleitlagermoment M_{GL}^L in Abhängigkeit von den relativen Zapfenauslenkungen Δw_L und Δv_L um den Arbeitspunkt A linearisiert werden.

Der geschwindigkeitsproportionale Anteil des Gleitlagermomentes lässt sich durch die lineare Form

$$M_{GL1}^L = M_{GL10}^L + \Delta M_{GL1}^L \approx M_{GL10}^L + \frac{\partial M_{GL1}^L}{\partial z} \Delta w_L + \frac{\partial M_{GL1}^L}{\partial y} \Delta v_L \quad (3.33)$$

näherungsweise beschreiben. Der linearisierte Term setzt sich zusammen aus dem schwingungsunabhängigen Gleitlagermoment

$$M_{GL10}^L = \frac{F_0 h_0}{\text{So}} \frac{\pi}{\sqrt{1 - \bar{\varepsilon}_0^2}} \quad (3.34)$$

am Arbeitspunkt A mit der bezogenen Zapfenexzentrizität

$$\bar{\varepsilon}_0 = \frac{\varepsilon_0}{h_0} \quad (3.35)$$

und den Momentenänderungen infolge einer vom Arbeitspunkt A abweichenden Zapfenposition Δw_L und Δv_L mit den Koeffizienten

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial M_{GL1}^L}{\partial z} \right|_{\varepsilon_0} &= \frac{dM_{GL1}^L}{d\bar{\varepsilon}_0} \frac{\partial \bar{\varepsilon}_0}{\partial z} = \frac{F_0}{\text{So}} \frac{\bar{\varepsilon}_0^2}{\sqrt{1 - \bar{\varepsilon}_0^2}^3} \frac{4\pi}{\sqrt{16\bar{\varepsilon}_0^2 + \pi^2(1 - \bar{\varepsilon}_0^2)}}, \\ \left. \frac{\partial M_{GL1}^L}{\partial y} \right|_{\varepsilon_0} &= \frac{dM_{GL1}^L}{d\bar{\varepsilon}_0} \frac{\partial \bar{\varepsilon}_0}{\partial y} = \frac{F_0}{\text{So}} \frac{\pi}{4} \frac{\bar{\varepsilon}_0}{1 - \bar{\varepsilon}_0^2} \frac{4\pi}{\sqrt{16\bar{\varepsilon}_0^2 + \pi^2(1 - \bar{\varepsilon}_0^2)}}. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Der druckinduzierte Momententerm nach Gl. (3.24) wird bei gleichem Vorgehen linearisiert,

$$M_{GL2}^L \approx M_{GL20}^L + \frac{\partial M_{GL2}^L}{\partial w} \Delta w_L + \frac{\partial M_{GL2}^L}{\partial v} \Delta v_L. \quad (3.37)$$

Die Gl. (3.32) entsprechende Form

$$\mathbf{m}_{GL2}^L = \frac{1}{2} (\mathbf{r}_0 + \Delta \mathbf{r}) \times (\mathbf{F}_0 + \Delta \mathbf{F}) \quad (3.38)$$

enthält sowohl die Auslenkungen \mathbf{r}_0 und die Kräfte \mathbf{F}_0 am Arbeitspunkt A als auch die vom Arbeitspunkt A abweichenden Auslenkungen $\Delta \mathbf{r}$ und Kräfte $\Delta \mathbf{F}$. Eine Berechnung mittels der Auslenkungen $\Delta \mathbf{r}$ aus der Ruhelage und den dadurch bedingten Kräften $\Delta \mathbf{F}$ unter Vernachlässigung der Auslenkungen \mathbf{r}_0 und der Kräfte \mathbf{F}_0 am Arbeitspunkt A ist nicht möglich.

Ausgehend von der in Kapitel 1 vorgestellten Idee, dass es einen Zusammenhang der Lagerkoeffizienten $\beta_{ij}(\text{So})$ und $\gamma_{ij}(\text{So})$ mit dem Gleitlagermoment M_{GL}^L geben könne, werden nachfolgend die Linearkoeffizienten des Gleitlagermomentes exemplarisch mit den Steifigkeits- und Dämpfungskoeffizienten $\gamma_{ij}(\text{So})$ und $\beta_{ij}(\text{So})$ aus der Kurzlagertheorie nach [14] verglichen. Letztere liegen ebenso wie die hergeleiteten Koeffizienten aus Gl. (3.36) in analytischer Form vor. Die Steifigkeitskoeffizienten nach [14] haben die allgemeine Form

$$\gamma_{ij} = \frac{a_4 \bar{\varepsilon}_0^4 + a_2 \bar{\varepsilon}_0^2 + a_0}{\bar{\varepsilon}_0^{b_1} \sqrt{1 - \bar{\varepsilon}_0^2}^{b_2}} \frac{4}{\sqrt{16 \bar{\varepsilon}_0^2 + \pi^2 (1 - \bar{\varepsilon}_0^2)}}^3 \quad (3.39)$$

mit den zugehörigen Polynomkoeffizienten gemäß Tab. 3.1. Für die Dämpfungskoeffizienten β_{ij} gilt dies entsprechend, allerdings mit den Polynomkoeffizienten gemäß Tab. 3.2. Der Zähler weist Polynome mit mindestens zwei von Null verschiedenen Polynomkoeffizienten a_n auf. Bei den Linearkoeffizienten der Momente nach Gl. (3.36) ist jedoch nur ein Polynomkoeffizient a_n von Null verschieden. Auch einfache Verrechnungen der Steifigkeits- bzw. Dämpfungskoeffizienten führen nicht auf die Form der linearisierten Momente.

Tabelle 3.1: Polynomkoeffizienten der bezogenen Steifigkeiten (Kurzlagertheorie, [14])

γ_{ij}	a_0	a_2	a_4	b_1	b_2	a_g
yy	$2\pi^2$	$16 - \pi^2$	0	0	0	1
yz	π^2	$-2\pi^2$	$-16 + \pi^2$	1	1	$-\pi/4$
zy	π^2	$32 + \pi^2$	$32 - 2\pi^2$	1	1	$\pi/4$
zz	π^2	$32 + \pi^2$	$32 - 2\pi^2$	0	2	1

Tabelle 3.2: Polynomkoeffizienten der bezogenen Dämpfungen (Kurzlagertheorie, [14])

β_{ij}	a_0	a_2	a_4	b_1	b_2	a_g
yy	π^2	$-16 + \pi^2$	$16 - 2\pi^2$	1	1	$\pi/2$
yz	$2\pi^2$	$-32 + 2\pi^2$	0	0	0	1
zy	$2\pi^2$	$-32 + 2\pi^2$	0	0	0	1
zz	π^2	$48 - 2\pi^2$	π^2	1	1	$\pi/2$

Für den betrachteten Spezialfall des Kurzlagers kann somit kein Zusammenhang zwischen den Lagerkennzahlen $\beta_{ij}(\text{So})$ und $\gamma_{ij}(\text{So})$ und den linearen Koeffizienten des Gleitlagermomentes hergeleitet werden. Ebenso kann der von MARKERT und NICOLETTI [27] vermutete Zusammenhang zwischen den linearen Momentenkoeffizienten und den nichtkonservativen Anteilen aus den Steifigkeitskoeffizienten $\gamma_{ij}(\text{So})$ durch das systematische, auf physikalischen Grundsätzen aufbauende Vorgehen nicht bestätigt werden.

3.2.2 Abschätzung der Verlustmomente

In der Literatur findet sich häufig der Verweis, dass das Moment M_{GL2}^L infolge der Druckdifferenz gegenüber dem Anteil aus der Drehbewegung $M_{GL1}^L(\dot{\varphi})$ vernachlässigt werden kann, z. B. PINKUS und STERNLICHT [35]. In den Berechnungen wird durch diese Vernachlässigung die zusätzliche Rechenzeit für die Integration des Druckgradienten $\partial p / \partial \theta$ erspart. Die neue analytische Betrachtung für das kreiszylindrische Gleitlager aus Abschnitt 3.2 erlaubt einen Vergleich der Größenordnungen der Momentenanteile $M_{GL1}^L(\dot{\varphi})$ und M_{GL2}^L .

Unter Annahme einer konstanten Last F_0 auf den Lagerzapfen stellen sich im Gleichgewicht die Lagerkräfte

$$F_{GLz} = -F_0 \quad \text{und} \quad F_{GLy} = 0 \quad (3.40)$$

ein. Aus der Kurzlagertheorie, die u. a. in [24] beschrieben ist, sind einfache analytische Beziehungen für den Verlagerungswinkel

$$\tan \gamma_0 = \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{1 - \bar{\varepsilon}_0^2}{\bar{\varepsilon}_0^2}} \quad (3.41)$$

und die SOMMERFELD-Zahl

$$So = \frac{B^2}{D^2} \frac{\bar{\varepsilon}_0}{(1 - \bar{\varepsilon}_0^2)^2} \frac{\pi}{2} \sqrt{1 - \bar{\varepsilon}_0^2 + \left(\frac{4}{\pi} \bar{\varepsilon}_0\right)^2}. \quad (3.42)$$

in Abhängigkeit von der bezogenen Zapfenexzentrizität ε_0 entlang der Gumbelbahn gegeben. Zusammen mit dem hergeleiteten Gleitlagermoment (3.34) entlang der Verlagerungsbahn lässt sich die Größenordnung der beiden Momentenanteile am stationären Arbeitspunkt über das Verhältnis

$$\left| \frac{M_{GL2}}{M_{GL1}} \right| = \frac{1}{2} \left| \frac{F_0 v_L}{M_{GL1}} \right| = \frac{(B/D)^2}{4} \frac{(\varepsilon_L/h_0)^2}{1 - (\varepsilon_L/h_0)^2} \quad (3.43)$$

abschätzen.

In Abb. 3.8a ist das Verhältnis der beiden Anteile nach der Kurzlagertheorie über die Exzentrizität des stationären Arbeitspunktes aufgetragen. Es zeigt sich, dass der druckinduzierte Momentenanteil M_{GL2} für hohe bezogene Exzentrizitäten $\varepsilon_L > 0.7h_0$ und kleine Breitenverhältnisse $B/D < 0.5$ nicht vernachlässigt werden darf.

Für das unendlich lange Lager sind in [24] ebenfalls analytische Funktionen des Verlagerungswinkels γ_0 und der SOMMERFELD-Zahl So gegeben. Die Abschätzung der Größenordnung der Momentenanteile zeigt, dass der druckinduzierte Momentenanteil M_{GL2} bei hohen Zapfenexzentrizitäten ε_0 auch bei Langlagern nicht vernachlässigt werden sollte (Abb. 3.8b). Unabhängig von den Lagerbreiten ist demnach eine Vernachlässigung des druckinduzierten Momentenanteils M_{GL2} nicht für alle berechneten Betriebszustände zulässig.

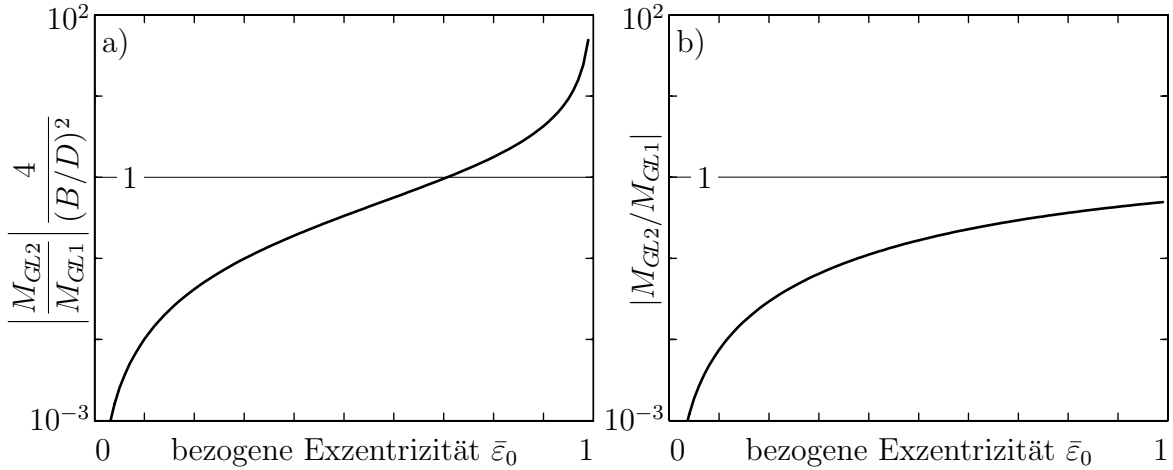


Abbildung 3.8: Verhältnis der Momentenanteile für

- a) Kurzlagertheorie
- b) Langlagertheorie

3.3 Kraftwirkung infolge der Fluidreibung

Neben dem im vorhergehenden Abschnitt behandelten Gleitlagermoment M_{GL} erzeugt die tangential an der Zapfenoberfläche angreifende über den Umfang des Zapfens variierende Scherspannung τ eine resultierende Kraft F_τ . Im Folgenden wird diese Kraft aus den hergeleiteten analytischen Beschreibungen der Scherspannung (Abschnitt 3.2) berechnet und mit den resultierenden Kräften F_{GL} (vgl. Gl. (3.4)) infolge des Druckes p verglichen.

3.3.1 Kräfte infolge der Scherspannungen am Rotorzapfen

Zur Bestimmung der Kräfte der Scherspannungen müssen die Scherspannungskomponenten in Umfangs- und Breitenrichtung integriert werden

$$\begin{aligned}
 F_{\tau y} &= - \int_{-B/2}^{B/2} \int_{\theta_A}^{\theta_E} \tau(\theta) \cos \theta R d\theta dx \quad \text{und} \\
 F_{\tau z} &= - \int_{-B/2}^{B/2} \int_{\theta_A}^{\theta_E} \tau(\theta) \sin \theta R d\theta dx.
 \end{aligned} \tag{3.44}$$

Zur Berechnung der Kraftkomponenten $F_{\tau y}$ und $F_{\tau z}$ werden zunächst die Kraftkomponenten

$$F_{\tau u} = - \int_{-B/2}^{B/2} \int_0^{2\pi} \tau(\delta) \cos \delta R d\delta dx \quad \text{und} \quad (3.45)$$

$$F_{\tau r} = - \int_{-B/2}^{B/2} \int_0^{2\pi} \tau(\delta) \sin \delta R d\delta dx$$

in einem um den Winkel γ gedrehten xru -Koordinatensystem berechnet (Abb. 3.9), da für diese Koordinaten allgemeine Lösungen aus Integraltafeln, z. B. [18], vorliegen. Die Kraftkomponenten in xyz -Koordinaten erhält man dann durch eine simple Koordinatentransformation.

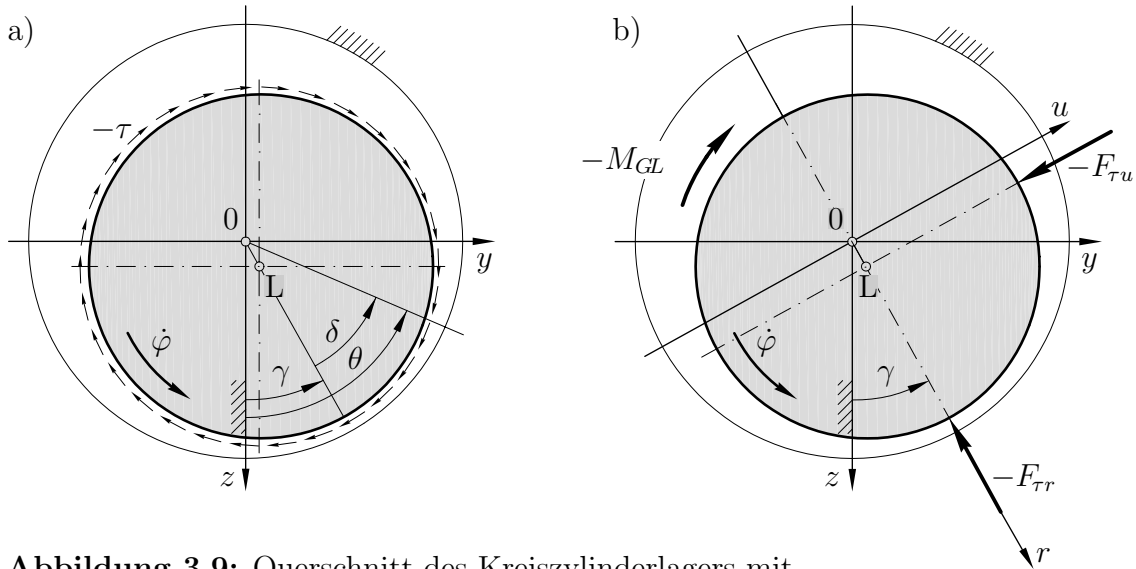


Abbildung 3.9: Querschnitt des Kreiszyylinderlagers mit
a) Verlauf der Scherspannung und
b) daraus resultierenden Ölfilmkräften.

Für die resultierenden Kraftkomponenten infolge der COUETTE-Strömung ergibt sich

$$F_{\tau_1 r} = \eta B R^2 \dot{\varphi} \int_0^{2\pi} \frac{\sin \delta}{h(\delta)} d\delta = \frac{\eta B R^2 \dot{\varphi}}{h_0} \left[\frac{1}{\varepsilon_L/h_0} \ln |1 - \varepsilon_L/h_0 \cos \varphi| \right]_0^{2\pi} = 0, \quad (3.46)$$

$$F_{\tau_1 u} = \eta B R^2 \dot{\varphi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \delta}{h(\delta)} d\delta = \frac{\eta B R^2 \dot{\varphi}}{h_0} \frac{2\pi}{\varepsilon_L/h_0} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 - (\varepsilon_L/h_0)^2}} \right).$$

Die verschwindende Kraftkomponente $F_{\tau_1 r}$ in radialer Richtung lässt sich anschaulich durch den punktsymmetrischen Verlauf der Scherspannungsanteile in radialer Richtung,

$$\tau_r(\delta) = \tau(\delta) \sin \delta = -\tau(-\delta) \sin(-\delta) = -\tau_r(-\delta), \quad (3.47)$$

bezüglich $\delta=0$ erklären.

Die Kräfte infolge der druckinduzierten Scherspannung τ_2 ,

$$\begin{aligned} F_{\tau_2 u} &= -\frac{1}{2R} \int_{-B/2}^{B/2} \int_{\pi}^{2\pi} \frac{\partial p}{\partial \delta} h(\delta) \cos \delta R d\delta dx \quad \text{und} \\ F_{\tau_2 r} &= -\frac{1}{2R} \int_{-B/2}^{B/2} \int_{\pi}^{2\pi} \frac{\partial p}{\partial \delta} h(\delta) \sin \delta R d\delta dx, \end{aligned} \quad (3.48)$$

können mit den Integraltabellen nicht direkt gelöst werden. Analog zur Herleitung des druckinduzierten Gleitlagermomentes M_{GL2} lassen sich durch partielle Integration die Kraftkomponenten

$$\begin{aligned} F_{\tau_2 u} &= -\frac{h_0}{2R} \int_{-B/2}^{B/2} \int_{\pi}^{2\pi} p(\delta) (\sin \delta - 2\bar{\varepsilon}_L \cos \delta) R d\delta dx \quad \text{und} \\ F_{\tau_2 r} &= -\frac{h_0}{2R} \int_{-B/2}^{B/2} \int_{\pi}^{2\pi} p(\delta) (\cos \delta + \bar{\varepsilon}_L (1 - 2 \cos^2 \delta)) R d\delta dx \end{aligned} \quad (3.49)$$

als Funktionen des Druckes $p(\delta)$ schreiben.

3.3.2 Vergleich der Kraftgrößen aus Druck- und Scherspannung

Für den Vergleich der in Abschnitt 3.3.1 hergeleiteten Kraft $F_{\tau u}$ wird die Kraft

$$F_{p_u} = \frac{\eta B^3 R \dot{\varphi}}{2h_0^2} \left[\frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{2\dot{\gamma}}{\dot{\varphi}} \right) \frac{\varepsilon_L/h_0}{(1 - (\varepsilon_L/h_0)^2)^{3/2}} + \frac{\dot{\varepsilon}_L}{\dot{\varphi}} \frac{4\varepsilon_L/h_0}{(1 - (\varepsilon_L/h_0)^2)^2} \right] \quad (3.50)$$

aus der Druckintegration für das Kurzlager aus [14] herangezogen. Das Verhältnis beider Kraftgrößen

$$\left| \frac{F_{\tau_1}}{F_{p_u}} \right| = \psi \frac{D^2}{B^2} \left[2 \frac{(1 - (\varepsilon_L/h_0)^2)^{3/2} - (1 - (\varepsilon_L/h_0)^2)}{(\varepsilon_L/h_0)^2} \right] \leq \psi \frac{D^2}{B^2}, \quad (3.51)$$

lässt für den stationären Betrieb eine Abschätzung zu. Für Breitenverhältnisse $B/D > 0.2$ kann die Kraft infolge der Scherströmung auf den Lagerzapfen für gängige bezogene Lagerspiele $\psi < 0.01$ vernachlässigt werden. Das Ergebnis fällt zusammen mit der Aussage von SPURK und AKSEL [44], welche er für das unendlich lange Lager im stationären Betrieb tätigt. Eine Abschätzung der Größenordnung im instationären Betrieb ist mit dem durchgeführten Verfahren allerdings nicht möglich. Sie bedarf einer Betrachtung auf Basis von Bewegungsformen des Zapfens im Gleitlager.

Die Größenordnung der Kraftkomponente (Gl. (3.49)) infolge der druckinduzierten Scherspannung τ_2 lässt sich mit den allgemein hergeleiteten Druckkräften aus Gl. (3.4) abschätzen. Der maßgebliche Unterschied beider Kraftgrößen ist der Faktor h_0/R . Somit sind die Kräfte infolge der Scherspannung um den Faktor $\psi = h_0/R \ll 1$ kleiner als die Kräfte F_{GLz} und F_{GLy} aus dem Druck. Aufgrund des Vergleichs anhand allgemeingültiger Funktionen gilt der gezeigte Zusammenhang für jegliche Bewegungsform des Lagerzapfens.

Kapitel 4

Theoretische Untersuchungen am Laval-Rotor in Gleitlagern

Der Einfluss des im vorhergehenden Kapitel vorgestellten Gleitlagermomentes M_{GL} auf den instationären Betrieb von gleitgelagerten Rotoren wird nachfolgend am theoretischen Modell des horizontalen schweren, beidseitig gelagerten, symmetrischen LAVAL-Rotors untersucht. Betrachtet werden die Rückwirkung des Gleitlagermomentes M_{GL} auf die Anfahrbeschleunigung $\ddot{\varphi}$ des Rotors sowie die Rotorauslenkungen bei beschränktem Antriebsmoment M_A . Im Hinblick auf die weit verbreitete lineare Berechnungsmethode zur Bestimmung der translatorischen Bewegungsform wird untersucht, ob die lineare Abbildung des Gleitlagermomentes eine ausreichend gute Abbildung des nichtlinearen Zusammenhangs bietet.

Es wird erwartet, dass mit dem hergeleiteten Gleitlagermoment (linear bzw. nichtlinear) die Kopplung zwischen den Auslenkungen im Gleitlager und der Rotordrehung physikalisch richtig abgebildet wird und ein Grenzykel an der Stabilitätsgrenzdrehzahl infolge der dort auftretenden großen Schwingungsamplituden erreicht werden kann.

4.1 Einfaches Rotormodell

Das einfachste Modell eines elastischen Läufers in Gleitlagern ist in Abb. 4.1 dargestellt. Der Rotor besteht aus einer runden, massenlosen biegeelastischen Welle (Wellensteifigkeit c als Kraft an der Scheibe bezogen auf die Ausbiegung der Welle), einer darauf exzentrisch aufgekeilten Scheibe (Masse m , Schwerpunktsexzentrizität ε_m) sowie beidseitig symmetrisch zu dieser Masse angebrachte Gleitlagerzapfen L (jeweils Masse m_L), an denen jeweils die Gleitlagerkräfte F_{GLz} und F_{GLy} angreifen. Betrachtet werden nur die symmetrischen Schwingungen, bei denen beide Gleitlagerzapfen gleiche Bewegungen ausführen. Die Kippschwingungen, bei denen sich die beiden Gleitlagerzapfen in entgegengesetzter Richtung bewegen, sind ausgeschlossen. Die Eigenfrequen-

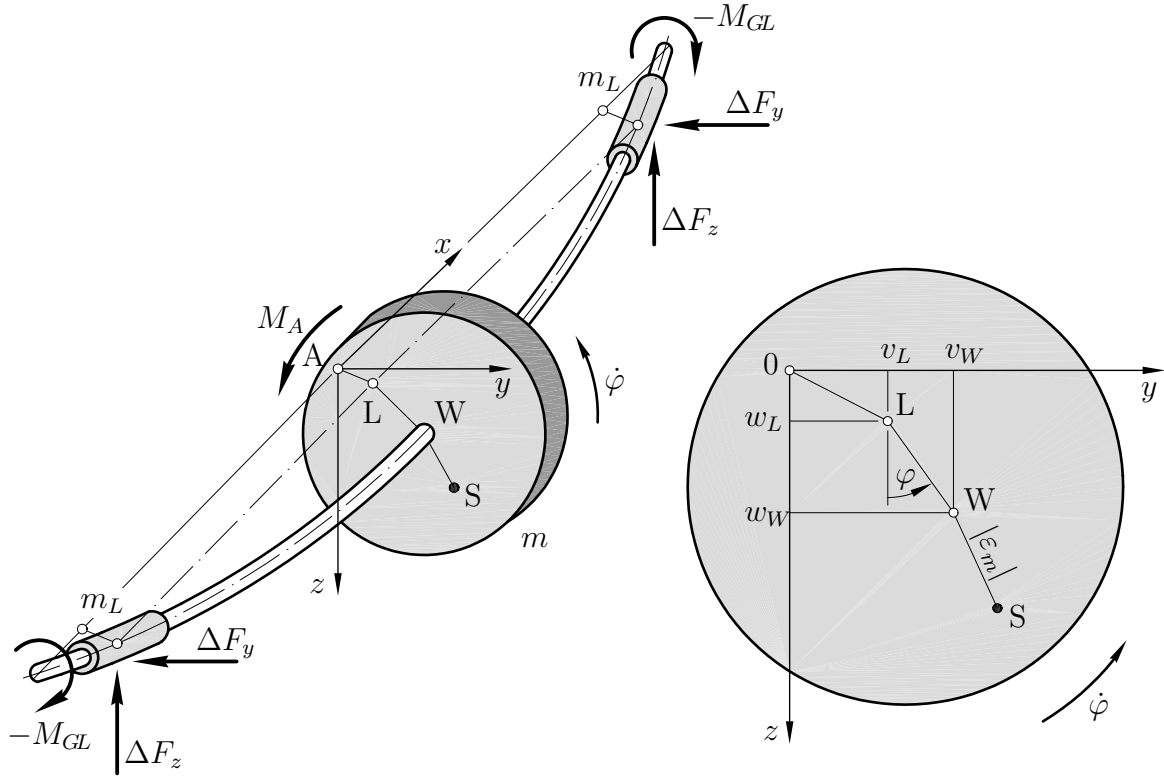


Abbildung 4.1: Einfach besetzte Welle (LAVAL-Rotor) mit Lagerzapfen, vgl. [9]

zen der Kippschwingungen liegen in der Regel weit oberhalb der Eigenfrequenzen der symmetrischen transversalen Schwingungen. Das dynamische Bewegungsverhalten des symmetrisch aufgebauten Rotors um die drehzahlabhängigen Gleichgewichtslagen A wird durch die aus dem Kräftesatz hergeleiteten linearen Differentialgleichungen

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} m & & & \\ & m & & \\ & & m_L & \\ & & & m_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \ddot{w}_W \\ \Delta \ddot{v}_W \\ \Delta \ddot{w}_L \\ \Delta \ddot{v}_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b & & & \\ & b & & \\ & & b_{zz} & b_{zy} \\ & & b_{yz} & b_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \dot{w}_W \\ \Delta \dot{v}_W \\ \Delta \dot{w}_L \\ \Delta \dot{v}_L \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} c & & -c & \\ & c & & -c \\ -c/2 & & c_{zz} + c/2 & c_{zy} \\ & -c/2 & c_{yz} & c_{yy} + c/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta w_W \\ \Delta v_W \\ \Delta w_L \\ \Delta v_L \end{bmatrix} = -m |\varepsilon_m| \begin{bmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.1)
 \end{aligned}$$

der lateralen Schwingungen Δw_W und Δv_W des Wellendurchstoßpunktes sowie den Zapfenauslenkungen Δw_L und Δv_L um die statische Ruhelage ε_0 und γ_0 beschrieben. Die Auslenkungen Δw_L und Δv_L in den beiden Lagern werden als identisch angenommen. Außerdem wirkt eine äußere viskose Dämpfung b am Wellendurchstoßpunkt W

der Scheibe.

Der Momentensatz um den Scheibenschwerpunkt S ergibt unter Berücksichtigung des hergeleiteten Gleitlagermomentes M_{GL} die nichtlineare Momentengleichung

$$\Theta^S \ddot{\varphi} = M_A + M_\varepsilon + 2M_{GL} \quad (4.2)$$

zur Bestimmung der Drehbeschleunigung $\ddot{\varphi}$. Die Drehbeschleunigung hängt ab vom zur Verfügung stehenden Antriebsmomentes M_A , vom Drehwiderstand

$$M_\varepsilon = |\varepsilon_m| \left[[c(\Delta v_W - \Delta v_L) + b\Delta \dot{v}_W] \cos \varphi - [c(\Delta w_W - \Delta w_L) + b\Delta \dot{w}_W] \sin \varphi \right] \quad (4.3)$$

infolge der Schwerpunktsexzentrizität ε_m nach MARKERT, PFÜTZNER und GASCH [29] sowie dem Gleitlagermoment M_{GL} infolge der Zapfendrehung und -auslenkung. Der Faktor zwei ergibt sich aus der Anzahl der Gleitlager im betrachteten System.

4.2 Eigenschaften des untersuchten Modells

Das in den folgenden Abschnitten untersuchte Modell wird durch die physikalischen Parameter im Gleichungssystem (4.1) und (4.2) und den daraus resultierenden systemeigenen Größen wie Eigenfrequenzen ω_n und Dämpfungsgraden D_n sowie dem Übertragungsverhalten charakterisiert. Infolge der drehzahlabhängigen Gleitlagereigenschaften ändert sich das Verhalten des Gesamtsystems während des instationären Betriebes ($\ddot{\varphi} \neq 0$) mit der Drehzahl $\dot{\varphi}$.

Nachfolgend werden die gewählten physikalischen Parameter und die daraus resultierenden drehzahlabhängigen Systemeigenschaften des Modells vorgestellt.

4.2.1 Physikalische Parameter

Das analytische Modell wird durch das nach [24] auf Basis von Gl. (4.1) und Gl. (4.2) entdimensionierte Gleichungssystem

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & \mu_m & \\ & & & \mu_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \bar{w}_W'' \\ \Delta \bar{v}_W'' \\ \Delta \bar{w}_L'' \\ \Delta \bar{v}_L'' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2D & & & \\ & 2D & & \\ & & \frac{\kappa}{\varphi'} \beta_{zz} & \frac{\kappa}{\varphi'} \beta_{zy} \\ & & \frac{\kappa}{\varphi'} \beta_{yz} & \frac{\kappa}{\varphi'} \beta_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \bar{w}_W' \\ \Delta \bar{v}_W' \\ \Delta \bar{w}_L' \\ \Delta \bar{v}_L' \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} 1 & & -1 & \\ & 1 & & -1 \\ -1/2 & & \kappa \gamma_{zz} + 1/2 & \kappa \gamma_{zy} \\ & -1/2 & \kappa \gamma_{yz} & \kappa \gamma_{yy} + 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \bar{w}_W \\ \Delta \bar{v}_W \\ \Delta \bar{w}_L \\ \Delta \bar{v}_L \end{bmatrix} = -|\bar{\varepsilon}_m| \begin{bmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}'' \quad (4.4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \varphi'' = \frac{h_0^2}{k_\Theta^2} & \left[\frac{M_A}{m \omega_0^2 h_0^2} - 2 \frac{M_{GL}}{m \omega_0^2 h_0^2} \frac{1}{\sqrt{1 - \bar{\varepsilon}_L^2}} \right. \\
 & \left. + |\bar{\varepsilon}_m| [(\bar{v}_W - \bar{w}_L + 2D \bar{v}_W') \sin \varphi - (\bar{w}_W - \bar{w}_L + 2D \bar{w}_W') \cos \varphi] \right] \quad (4.5)
 \end{aligned}$$

beschrieben, welches nach [14] durch folgende Ähnlichkeitszahlen charakterisiert wird:

1. SOMMERFELD-Zahl an der biegekritischen Drehzahl

$$\text{So}_k = \frac{F_0 \psi^2}{B D \eta \omega_0} = 0.3 \quad (4.6)$$

mit der stationären Lagerlast

$$F_0 = \left(\frac{m}{2} + m_L \right) g \quad (4.7)$$

und der biegekritischen Eigenfrequenz des starr gelagerten elastischen Rotors

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \quad (4.8)$$

2. Massenverhältnis zwischen Zapfenmasse und Scheibenmasse

$$\mu_m = \frac{m_L}{m} = 0.01 \quad (4.9)$$

3. bezogene Wellensteifigkeit

$$\kappa = \frac{F_0}{h_0 m \omega_0^2} = 0.8 \quad (4.10)$$

4. Dämpfungsmaß $D=0.02$ 5. bezogene Gleitlagersteifigkeiten γ_{ij} und bezogene Gleitlagerdämpfungen β_{ij} gemäß Gln. (4.12) und (4.13)

Die Berücksichtigung der dimensionslosen Momentengleichung (4.5) führt auf die zusätzliche Ähnlichkeitsgröße

$$\frac{h_0^2}{k_\Theta^2} = 0.005 \quad (4.11)$$

des bezogenen Massenträgheitsradius k_Θ . Für die theoretischen Untersuchungen werden die aufgelisteten Werte der Ähnlichkeitszahlen sowie die von GLIENICKE [16] experimentell bestimmten Gleitlagerzahlen (vgl. Abb. 3.5) verwendet. Für SOMMERFELD-Zahlen im Bereich von $0.03 < \text{So} < 2.2$ liegen letztere in Form allgemeiner Potenzfunktionen

$$\gamma_{ij} = \mathcal{A}_{ij} \text{So}^{\mathcal{B}_{ij}} + \mathcal{C}_{ij} \quad (4.12)$$

für die bezogenen Steifigkeitskoeffizienten bzw.

$$\beta_{ij} = \mathcal{D}_{ij} \text{So}^{\mathcal{E}_{ij}} + \mathcal{F}_{ij} \quad (4.13)$$

für die bezogenen Dämpfungskoeffizienten vor. Die Werte der Koeffizienten sind in der Tab. 4.1 aufgelistet.

Tabelle 4.1: Koeffizienten der analytischen Beschreibung der Gleitlagerkoeffizienten nach GLIENICKE [16] für ein kreiszylindrisches Lager mit $B/D=0.5$

	\mathcal{A}	\mathcal{B}	\mathcal{C}	\mathcal{D}	\mathcal{E}	\mathcal{F}
yy	2.500	1.130	0.250	0.749	0.998	2.250
yz	0.600	3.070	-0.950	2.270	0.981	0.200
zy	3.200	1.890	0.900	1.190	0.854	0.400
zz	6.240	1.720	-0.100	3.620	1.650	2.000

Die Berechnung des Gleitlagermomentes M_{GL} aus Gl. (3.25) erfordert neben den genannten Größen die Kenntnis der Zapfenposition w_L und v_L . Zusätzlich zu den aus Gl. (4.4) bekannten Differenzverschiebungen Δw_L und Δv_L ist also die Kenntnis der

quasistationären Ruhelagen $w_0(\dot{\varphi})$ und $v_0(\dot{\varphi})$ notwendig. Diese sind ebenso wie die oben genannten Gleitlagerzahlen am selben Lager von GLIENICKE [16] experimentell ermittelt worden. Die an diskreten Punkten gemessenen stationären Exzentrizitäten ε_0 und Lagewinkel γ_0 der Ruhelagen liegen in [16] nicht zahlenmäßig vor, stimmen jedoch gemäß einer graphischen Gegenüberstellung mit tabellarisch vorliegenden Messwerten aus Versuchen von SASSENFELD und WALTHER [39] und SOMEYA [40] in etwa überein. Für die Rechnungen werden diese Messwerte durch die Funktionen

$$\bar{\varepsilon}_0(So) = \frac{1}{100} \sum_{n=0}^4 a_n (\lg So)^n \quad (4.14)$$

mit den Polynomkoeffizienten gemäß Tab. 4.2 und

$$\tan \gamma_0(\bar{\varepsilon}) = 0.3 \pi \sqrt{\frac{1 - \bar{\varepsilon}_0^2}{\bar{\varepsilon}_0^2}} \quad (4.15)$$

angenähert (vgl. Abb. 4.2). Die Funktionen (4.14) und (4.15) der Verlagerungsbahn sind ebenso wie die Potenzfunktionen (4.13) und (4.12) der drehzahlabhängigen Lagerkennwerte stetig differenzierbar und gewährleisten eine realitätsnahe Abbildung der physikalischen Verhältnisse. Dies wird mit Abb. 4.2 demonstriert.

Tabelle 4.2: Koeffizienten der analytischen Näherung der bezogenen Zapfenexzentrizität

Koeffizient	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4
Wert	72.47	37.14	-18.22	-2.7	4.79

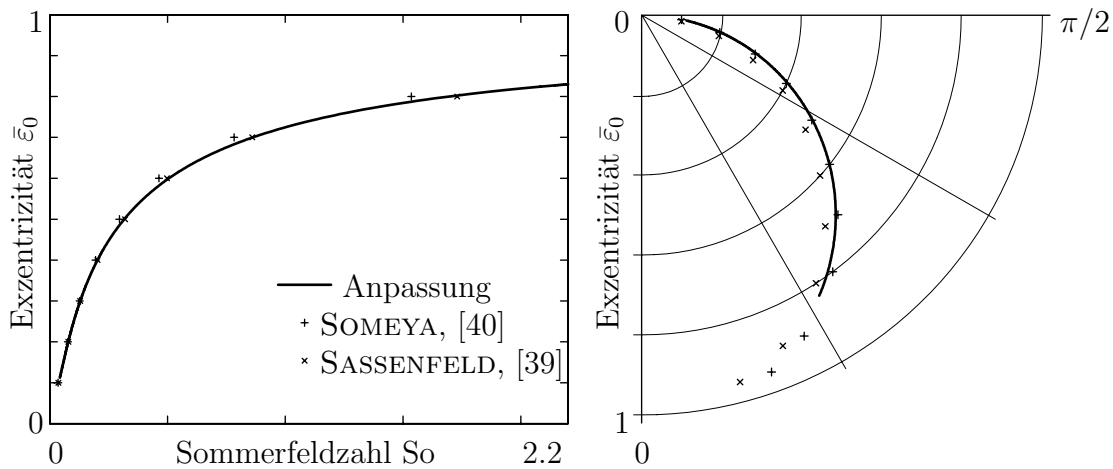


Abbildung 4.2: Experimentell bestimmte Verlagerungsbahn nach Glienicke [16] und analytische Anpassung ($B/D=0.5$)

4.2.2 Drehzahlabhängige Systemeigenschaften

Das Schwingungsverhalten des in Abb. 4.1 abgebildeten Rotormodells hängt von den gleichbleibenden physikalischen Eigenschaften des Rotors und den betriebspunktabhängigen Eigenschaften der linearisierten Gleitlagerkräfte ΔF_z und ΔF_y ab. Im betrachteten Fall ändert sich der durch die SOMMERFELD-Zahl So (Gl. (3.7)) beschriebene Betriebspunkt lediglich mit der Rotordrehzahl $\dot{\varphi}$, da die Lagergeometrie, die Ölviskosität η und die stationäre Last F_0 aus dem Rotorgewicht als konstant angenommen werden.

Mit dem linearen Gleichungssystem der Translation (4.4) und den im Abschnitt 4.2.1 gewählten Parametern können die drehzahlabhängigen Eigenschaften des Systems untersucht werden.

Die drehzahlveränderlichen Einträge der geschwindigkeitsproportionalen Dämpfungsmatrix und der wegproportionalen Steifigkeitsmatrix sind in Abb. 4.3 dargestellt.

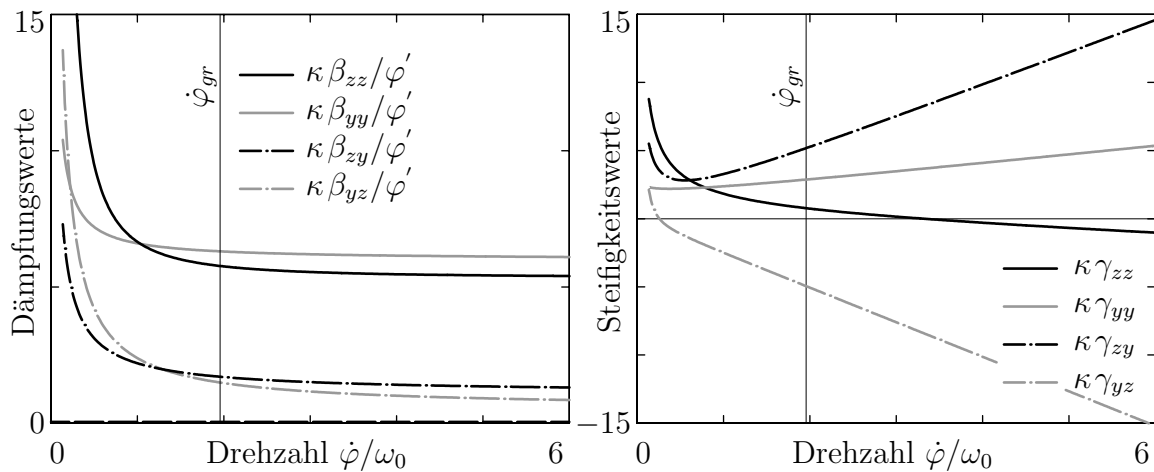


Abbildung 4.3: Drehzahlabhängige Steifigkeits- und Dämpfungseinträge im Gleichungssystem (4.4)

Die Dämpfungskoeffizienten bleiben über einen weiten Drehzahlbereich annähernd konstant, während die drehzahlabhängigen Einträge der auslenkungsproportionalen Steifigkeitsmatrix etwa einen linearen Verlauf über der Drehzahl mit einer deutlich von Null verschiedenen Steigung aufweisen. Die Steifigkeits- und Dämpfungsmatrix sind im betrachteten Drehzahlbereich $0.1\omega_0 \leq \dot{\varphi} \leq 6\omega_0$ positiv definit. Die Möglichkeit der Instabilität des Systems ist gemäß den Ausführungen in Abschnitt 2.1 also auf das Vorhandensein zirkulatorischer Kräfte zurückzuführen. Der antisymmetrische Anteil der auslenkungsproportionalen Steifigkeitsmatrix nimmt mit wachsender Drehzahl zu.

Das drehzahlabhängige Eigenverhalten des Systems wird charakterisiert durch die Eigenfrequenzen ω_n und die zugehörigen modalen Dämpfungsmaße D_n der Eigenformen, dargestellt in Abb. 4.4. Die Analyse der Dämpfungsgrade D_n erlaubt die Ermittlung

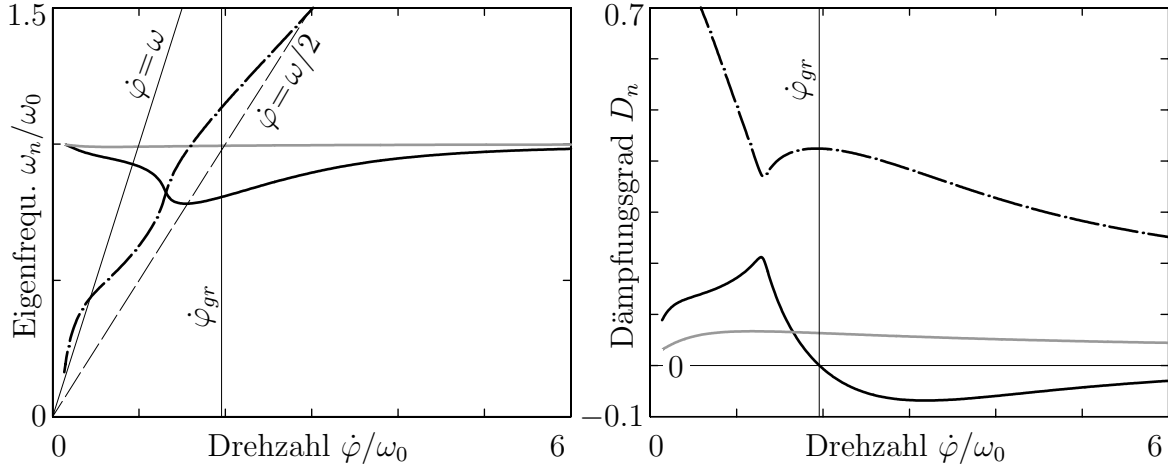


Abbildung 4.4: Eigenverhalten des LAVAL-Rotors in Gleitlagern

der Stabilitätsgrenzdrehzahl $\dot{\varphi}_{gr}$: Sobald ein Dämpfungsmaß $D_n < 0$ vorliegt, wird die Ruhelage des Systems instabil und die betroffene Eigenform schwingt mit der zugehörigen Kreisfrequenz ω_n auf. Die Stabilitätsgrenzdrehzahl $\dot{\varphi}_{gr} \approx 2 \omega_0$ liegt etwa bei der zweifachen biegekritischen Drehzahl des starr gelagerten Rotors. Dies ist charakteristisch für elastische Läufer in Gleitlagern [45].

Die Stabilität eines Systems lässt sich durch eine Analyse der Eigenwerte oder durch Stabilitätskriterien wie zum Beispiel das Hurwitz-Kriterium auch ohne Berechnung der Eigenwerte ermitteln. Die Bestimmung der Stabilität alleine aus den schief-symmetrischen Anteilen der Steifigkeitsmatrix ist nicht möglich. Die Instabilität ist bei den betrachteten Systemen auf die Eigenschaften der Gleitlager zurückzuführen. Der Betriebspunkt, ab dem das mechanische System aufschwingt, wird jedoch durch das Gesamtsystem aus Gleitlager und Rotor bestimmt.

Neben der Analyse des Eigenverhaltens kann das Übertragungsverhalten des Systems bei äußerer Anregung ermittelt werden. In Abb. 4.5 sind das drehzahlabhängige Übertragungsverhalten infolge einer mit der Drehzahl umlaufenden Unwucht $U = m \varepsilon_m$ der Scheibe sowie das drehzahlabhängige Gleitlagermoment M_{GL0} aus Gl. (3.34) dargestellt. Da die unwuchterzwungenen Schwingungsortbits elliptisch sind, wird die große Halbachse G der Wellendurchstoßpunkt-bewegung betrachtet [14]. Bei den zu Grunde liegenden Parametern tritt die Resonanz bei einer kritischen Drehzahl $\dot{\varphi}_{kr} \approx \omega_0$ ein, die nur geringfügig unter der kritischen Drehzahl des starr gelagerten Rotors liegt. Entsprechend den Ausführungen von GASCH, PFÜTZNER und NORDMANN [14] handelt es sich um ein System mit einer sehr elastischen Welle (geringe Wellensteifigkeit c), in dem die Gleitlagernachgiebigkeiten kaum Einfluss auf die kritische Drehzahl $\dot{\varphi}_{kr}$ haben. Für Drehzahlen $\dot{\varphi} > \dot{\varphi}_{gr}$ jenseits der Stabilitätsgrenze ist das Übertragungsverhalten nicht relevant, da die aufklingende freie Schwingungsform dominiert und ein dauerhafter Betrieb der Maschine nicht möglich ist.

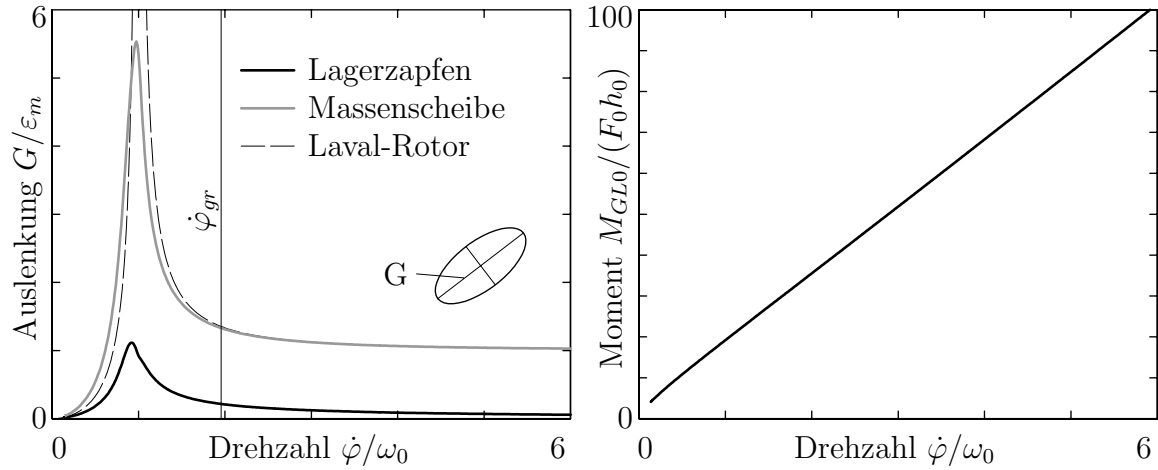


Abbildung 4.5: Übertragungsverhalten des LAVAL-Rotors in Gleitlagern und Verlustmoment entlang der stationären Verlagerungsbahn

Aus der Momentengleichung (4.2) lässt sich für den stationären Betrieb das mittlere Verlustmoment $M_{GL0}(\dot{\varphi})$ durch die Gleitlagerreibung am Arbeitspunkt mit den Gln. (3.34) und (4.14) abschätzen. In Abb. 4.5 rechts ist das so ermittelte mittlere Gleitlagermoment entlang der stationären Verlagerungsbahn über der Drehzahl $\dot{\varphi}$ aufgetragen. Die zusätzlich auftretenden Änderungen des Verlustmomentes ΔM_{GL} infolge der Schwingungen Δw und Δv um den drehzahlabhängigen Arbeitspunkt A werden im Abschnitt 4.3 untersucht.

4.2.3 Modellierung des Antriebsmomentes

Die Untersuchungen des instationären Verhaltens unter Berücksichtigung des Gleitlagermomentes bedarf der Lösung der Momentengleichung (4.2). Zusätzlich zu den in Abschnitt 4.2.1 beschriebenen Ähnlichkeitszahlen der Gleitlager und der Rotorgeometrie – die auch für eine Betrachtung bei stationärem Betrieb notwendig sind – müssen für die instationäre Betrachtung neben der Abbildung des Gleitlagermomentes M_{GL} (Abschnitt 4.2.5) weitere Annahmen zur Modellierung des Antriebsmomentes M_A getroffen werden.

Zunächst wird das maximale Motormoment M_M eingeführt, das die Momentenkennlinie des verwendeten Antriebs abbildet. Das maximale Moment unterschiedlicher Antriebskonzepte wird durch Momentenkennlinien charakterisiert, die im Allgemeinen von der Motordrehzahl abhängen. Für die nachfolgenden theoretischen Untersuchungen wird ein konstantes maximales Motormoment $M_M = \text{const.}$ angenommen.

In Anlehnung an die vorangegangenen Untersuchungen durch MARKERT, PFÜTZNER und GASCH [29] und MARKERT/NICOLETTI [27] soll das Verhalten unter einem Antriebsmoment M_A untersucht werden, das bei Vernachlässigung der Rotorschwingun-

gen zu einer konstanten Drehbeschleunigung $\ddot{\varphi} = \text{const.}$ des Rotors führt. Im Gegensatz zu den oben beschriebenen Untersuchungen, in welchen dies durch die Wahl eines konstanten Antriebsmomentes $M_A = \text{const.}$ erreicht werden kann, gibt es beim Gleitlagermoment M_{GL} nach Gl. (3.25) einen drehzahlproportionalen Anteil M_{GL0} infolge der simplen Rotordrehung, der unabhängig von den Schwingungen ist, vgl. Abb. 4.5. Damit das Rückwirkungsmoment ΔM_{GL} aus den Rotorschwingungen unabhängig von diesem drehzahlabhängigen Verlustmoment M_{GL0} erfasst werden kann, wird dieses durch einen zusätzlichen Anteil im Antriebsmoment

$$M_A(\dot{\varphi}) = \begin{cases} M_{A+} + M_{GL0}(\dot{\varphi}) & \text{für } M_{A+} + M_{GL0}(\dot{\varphi}) < M_M \\ M_M & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.16)$$

ausgeglichen. Das so in der ersten Zeile der Fallunterscheidung beschriebene Antriebsmoment ist in seiner maximalen Größe nicht beschränkt und berücksichtigt keine Einschränkungen durch den äußeren Antrieb. Erreicht das durch Gl. (4.16) definierte Drehmoment $M_A(t)$ zum Zeitpunkt t_M das maximale Motormoment M_M , wird die Momentenvorgabe durch die Motorleistung begrenzt. Im weiteren zeitlichen Verlauf ($t > t_M$) wird ein konstantes Antriebsmoment $M_A = M_M$ angenommen.

Die zeitlichen Verläufe der Momentenvorgabe und der resultierenden Drehzahl des betrachteten Rotorsystems während eines schwingungsfreien Hochlaufs sind in Abb. 4.6 dargestellt. Die Momentenvorgabe (4.16) führt zunächst zu einer linearen Drehzahlzunahme infolge des ansteigenden Antriebsmomentes, welches das mit der Drehzahl anwachsende Gleitlagermoment M_{GL0} kompensiert. Das vorgegebene Antriebsmoment erreicht zum Zeitpunkt t_M das maximale Motormoment M_M . Im weiteren Verlauf ist das Antriebsmoment durch das Motormoment beschränkt und der Momentenüberschuss

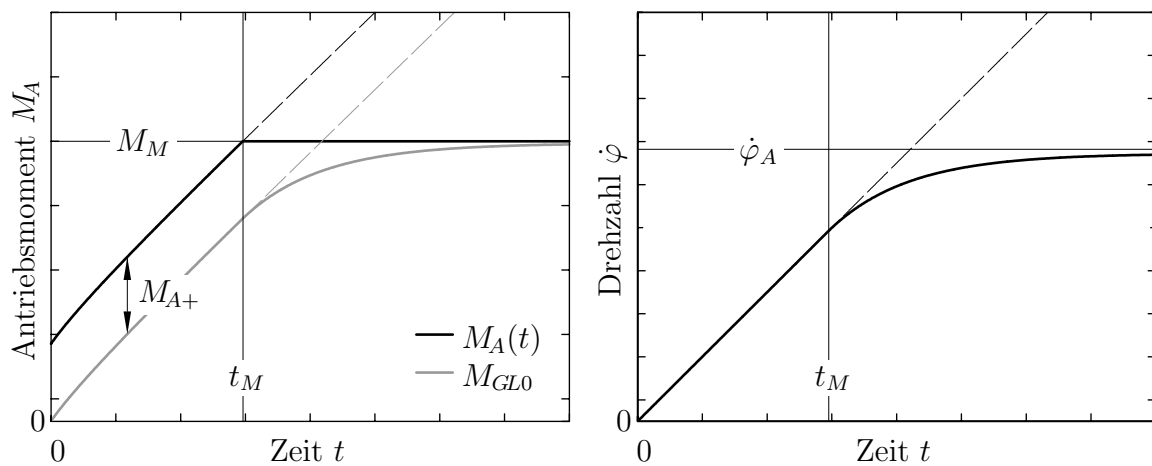


Abbildung 4.6: Vorgabe des Antriebsmomentes und resultierender Drehzahlverlauf bei schwingungsfreiem Rotor

für die Drehbeschleunigung des Rotors nimmt ab. Es stellt sich ein stationärer Drehzustand mit der konstanten Auslegungsdrehzahl $\dot{\varphi}_A$ ein, bei dem das gesamte zur Verfügung stehende Antriebsmoment $M_A = M_M$ durch das rein drehzahlabhängige Gleitlagermoment M_{GL0} am Arbeitspunkt A aufgezehrt wird.

Die getroffenen Annahmen erlauben es, einerseits einen schwingungsfreien Hochlauf mit konstanter Drehbeschleunigung gemäß den Untersuchungen aus [29] und [27] abzubilden und andererseits das Gleichgewicht zwischen Motormoment und Gleitlagermoment, welches zu einem Betrieb bei der konstanten Auslegungsdrehzahl $\dot{\varphi}_A = \text{const.}$ führt, zu berücksichtigen.

Wird das maximale Motormoment M_M nicht begrenzt, ergeben sich die gestrichelten Verläufe der Momente und Drehzahlen für $t > t_M$. Dies entspricht in voller Gänze den Annahmen aus [29] und [27]. Die Wahl dieses Antriebsmomentenverlaufs erlaubt den Vergleich mit den Ansätzen für das Verlustmoment M_{VL1} aus Abschnitt 2.1, in denen die drehzahlabhängige Gleitlagerreibung M_{GL0} am Arbeitspunkt nicht berücksichtigt wurde, wie z. B. in den Berechnungen von MARKERT und NICOLETTI, [27].

Das jeweils gewählte Antriebsmoment M_A der einzelnen numerischen Rechnungen ist in der Abbildung der Ergebnisse vermerkt.

4.2.4 Modellierung des Drehwiderstands

Der Drehwiderstand M_ε aus der Unwucht der Massenscheibe wird in den Untersuchungen entsprechend Gl. (4.3) berücksichtigt. Die Massenexzentrizität ε_m ist in allen Berechnungen so gewählt, dass die Resonanz mit dem Antriebsmoment $M_A(\dot{\varphi})$ durchfahren werden kann, oder – bei der Betrachtung im Bereich der Resonanzdrehzahl $\dot{\varphi} \approx \omega_0$ – gerade ein Hängenbleiben in der Resonanz erfolgt. Für die verschiedenen Verlustmechanismen M_{VL1} in Kapitel 3 sowie den nachfolgenden Betrachtungen zum Gleitlagermoment M_{GL} kann die gewählte Massenexzentrizität ε_m , die bei sonst gleichbleibenden Parametern zu diesen Effekten führt, unterschiedlich sein.

Die gewählten Massenexzentrizitäten ε_m der einzelnen numerischen Rechnungen sind jeweils in den Abbildungen der Ergebnisse vermerkt.

4.2.5 Modellierung des Gleitlagermomentes

Das in der Momentengleichung (4.2) berücksichtigte Gleitlagermoment M_{GL} wird für das zylindrische Kreislager durch die nichtlineare Gl. (3.25) beschrieben. Ausgehend von dieser allgemeinen Form wird im Rahmen dieser Arbeit zusätzlich der Einfluss verschiedener Ansätze der Linearisierung auf das errechnete Zeitverhalten untersucht. Nachfolgend werden die betrachteten Varianten des Verlustmomentes und

die zusätzlich notwendigen Berechnungen für die Lösung des Differentialgleichungssystems (4.1) und (4.2) vorgestellt.

Nichtlineares Verlustmoment

Für die Lösung der Momentengleichung (4.5) wird das nichtlineare Gleitlagermoment nach Gl. (3.25) in der dimensionslosen Form

$$\frac{M_{GL}}{m\omega_0^2 h_0^2} = \frac{\kappa}{2} ((1 + \Delta f_{GLz}) \bar{v}_L - \Delta f_{GLy} \bar{w}_L) + \kappa \frac{\pi}{So_k} \varphi' \frac{1}{\sqrt{1 - \bar{\varepsilon}_L^2}} \quad (4.17)$$

berücksichtigt. Die Berechnung des bezogenen Gleitlagermomentes nach Gl. (4.17) erfordert die Kenntnis der bezogenen Zapfenexzentrizität $\bar{\varepsilon}_L$ sowie der bezogenen Auslenkungen \bar{w}_L und \bar{v}_L . Aus der Lösung des linearen Gleichungssystems (4.4) der Translationsbewegungen des Rotors stehen lediglich die Differenzverschiebungen Δw_L und Δv_L um die drehzahlabhängige stationäre Gleichgewichtslage w_0 und v_0 des Zapfens zur Verfügung. Die Gleichgewichtslage wird für jeden Lösungsschritt über die Drehzahl aus den Gln. (4.14) und (4.15) berechnet, so dass die absoluten Lagerauslenkungen w_L und v_L ermittelt werden können. Bei der Berechnung der aktuellen Zapfenexzentrizität wird zusätzlich eine Limitierung auf 0.99 vorgenommen

$$\bar{\varepsilon}_L = \begin{cases} \sqrt{(v_0 + \Delta v)^2 + (w_0 + \Delta w)^2} / h_0 \\ 0.99 \end{cases} \quad \text{für } \sqrt{(v_0 + \Delta v)^2 + (w_0 + \Delta w)^2} > 0.99 h_0, \quad (4.18)$$

da mit der linearen Theorie nach Gl. (4.4) auch Auslenkungen Δw_L und Δv_L berechnet werden können, die zu bezogenen Exzentrizitäten $\bar{\varepsilon}_L > 1$ führen können. In diesem Falle wäre das aus Gl. (3.25) berechnete Gleitlagermoment M_{GL} und somit auch dessen bezogene Form aus Gl. (4.17) komplex und unsinnig.

Linearisierte Verlustmomente

Ausgehend vom nichtlinearen Gleitlagermoment werden zwei Wege der Linearisierung durchgeführt und deren Auswirkungen auf die Lösung des Differentialgleichungssystems untersucht:

Die erste Variante ist die Linearisierung des drehzahlproportionalen Gleitlagermomentes M_{GL1} (3.18) um die Ruhelage entlang der radialen Zapfenauslenkung $\bar{\varepsilon}_L$. Für die zu lösende bezogene Momentengleichung (4.5) ergibt sich am Arbeitspunkt für das bezogene Gleitlagermoment die Näherung

$$\begin{aligned} \frac{M_{GL1}}{m\omega_0^2 h_0^2} &\approx \frac{1}{m\omega_0^2 h_0^2} (M_{GL0} + \frac{dM_{GL1}}{d\bar{\varepsilon}_L} \Delta\bar{\varepsilon}_L) = \\ &= \kappa \frac{\pi}{So_k} \varphi' \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \bar{\varepsilon}_0^2}} + \frac{\bar{\varepsilon}_0}{\sqrt{1 - \bar{\varepsilon}_0^2}^3} \Delta\bar{\varepsilon}_L \right) \end{aligned} \quad (4.19)$$

nach der Zapfenexzentrizität $\bar{\varepsilon}_L$. Ebenso wie in der nichtlinearen Berechnung müssen die Exzentrizität des Arbeitspunktes $\bar{\varepsilon}_0$ sowie die aktuelle Zapfenexzentrizität $\bar{\varepsilon}_L$ aus den Lagerverschiebungen und der Drehzahl berechnet werden. Eine Fallunterscheidung ist nicht notwendig. Für die im Nenner von Gl. (4.19) enthaltene Exzentrizität des Arbeitspunktes gilt uneingeschränkt $\bar{\varepsilon}_0 < 1$.

Die zweite Variante entspricht der in Abschnitt 3.2.1 vorgestellten Linearisierung entlang der festen Lagerkoordinaten z und y . Für das bezogene Gleitlagermoment ergibt sich damit die Näherung

$$\begin{aligned} \frac{M_{GL1}}{m\omega_0^2 h_0^2} &\approx \frac{1}{m\omega_0^2 h_0^2} (M_{GL10}^L + \frac{\partial M_{GL1}^L}{\partial z} \Delta w_L + \frac{\partial M_{GL1}^L}{\partial y} \Delta v_L) \\ &= \kappa \frac{\pi}{S_{O_k}} \varphi' \frac{1}{\sqrt{1-\bar{\varepsilon}_0^2}} + \frac{\kappa}{F_0} \left(\frac{\partial M_{GL1}^L}{\partial z} \Delta \bar{w}_L + \frac{\partial M_{GL1}^L}{\partial y} \Delta \bar{v}_L \right) \end{aligned} \quad (4.20)$$

mit den Linearkoeffizienten $\partial M_{GL1}^L/\partial z$ und $\partial M_{GL1}^L/\partial y$ aus Gl. (3.36). Zur Berechnung des linearisierten Gleitlagermomentes können in dieser Variante die berechneten Auslenkungen $\Delta \bar{w}$ und $\Delta \bar{v}$ aus der Lösung von Gl. (4.4) direkt übernommen werden. Die Bestimmung der Zapfenexzentrizität $\bar{\varepsilon}_L$ sowie die Fallunterscheidung nach Gl. (4.18) entfallen.

4.3 Hochlauf unter Berücksichtigung des Gleitlagermomentes

Die Rückwirkung des Gleitlagermomentes auf die Drehbewegung des Rotors wird nachfolgend am Rotorsystem von Abb. 4.1 untersucht. Das zeitveränderliche Verhalten des Rotors lässt sich aus dem nichtlinearen Differentialgleichungssystem (4.4) und (4.5) ermitteln. Die Lösung des Anfangswertproblems erfolgt numerisch mit der kommerziellen Software MATLAB und dem Differentialgleichungslöser RADAU5 nach HAIRER, NØRSETT und WANNER [20], einem impliziten RUNGE-KUTTA-Verfahren fünfter Ordnung.

Im Abschnitt 2.1 finden sich die Lösungen des Gleichungssystems (4.4) und (4.5) unter den von MARKERT und NICOLETTI [27] vorgenommenen Modellierungen des Gleitlagerverlustmomentes gemäß den Gln. (2.1) bis (2.3) mittels der Matrizeneinträge. Die in den Abb. 2.1 bis 2.3 dargestellten Ergebnisse sind exemplarisch. Diese und weitere Untersuchungen führen zu der Erkenntnis, dass die Ansätze von MARKERT/NICOLETTI den Sachverhalt der Kopplung zwischen Rotation und Translation nicht richtig abbilden.

Im Folgenden wird der Einfluss des in Kapitel 3 hergeleiteten Gleitlagermomentes (3.25) auf die Drehbewegung des Rotors untersucht. Ausgehend von der nichtlinearen Abbildung werden anschließend die linearisierten Beschreibungen zur Vorhersage des zeitveränderlichen Verhaltens des Rotorsystems untersucht.

4.3.1 Nichtlineares Verlustmoment

Die Rückwirkung des nichtlinearen Gleitlagermomentes nach Gl. (3.25) auf die Drehbewegung des vorgestellten Rotorsystems wird nachfolgend in den Bereichen der Stabilitätsgrenzdrehzahl $\dot{\varphi}_{gr}$ und der Resonanzdrehzahl $\dot{\varphi}_{kr} \approx \omega_0$ anhand numerischer Lösungen untersucht. Abschließend werden die Grenzen der mathematischen Abbildung durch das Gleichungssystem (4.4) und (4.5) aufgezeigt.

Hängenbleiben an der Stabilitätsgrenze

Das Ergebnis der numerischen Rechnung des Hochlaufs eines LAVAL-Rotors in Gleitlagern mit beschränktem Antriebsmoment M_A und unter Berücksichtigung des Gleitlagermomentes M_{GL} mit den zuvor beschriebenen Annahmen ist in Abb. 4.7 dargestellt. Hierin sind von oben nach unten die Auslenkungen um den drehzahlabhängigen Arbeitspunkt, die Drehzahl, die absoluten Momentenverläufe sowie die auslenkungsabhängigen Momente über der Zeit aufgetragen.

Der in die Momentengleichung (4.5) eingesetzte Verlustterm (4.17) des Gleitlagers bewirkt eine Kopplung zwischen den Translationsbewegungen Δw_L und Δv_L der Lagerzapfen und der Drehbeschleunigung $\ddot{\varphi}$ des Rotors, wie den oberen zwei Graphen zu entnehmen ist. Nach Überschreiten der Stabilitätsgrenzdrehzahl $\dot{\varphi}_{gr}$ klingen die lateralen Zapfenauslenkungen Δw_L und Δv_L auf und verursachen einen Drehzahlabfall, $\dot{\varphi} < 0$. Es stellt sich ein Grenzykel ein, in welchem die Rotordrehzahl $\dot{\varphi} \approx \dot{\varphi}_{gr}$ im Bereich der Stabilitätsgrenzdrehzahl liegt und die Zapfen- und Scheibenauslenkungen endlich bleiben.

Im Übergangszeitraum zwischen dem Überschreiten der Grenzdrehzahl $\dot{\varphi}_{gr}$ und dem eingeschwungenen Grenzykel nimmt die Drehzahl $\dot{\varphi}$ bis zum ungefähren Erreichen der Auslegungsdrehzahl $\dot{\varphi}_A$ zu. Während des Betriebes im instabilen Drehzahlbereich nehmen die Rotoramplituden und mit ihnen das auslenkungsabhängige Gleitlagermoment $2\Delta M_{GL}$ (unterster Graph in Abb. 4.7) zu.

Im Zuge der exponentiell anwachsenden freien Schwingungen übersteigt das Gleitlagermoment $2M_{GL}$ im Mittel das zur Verfügung stehende Antriebsmoment M_A und die Rotordrehzahl $\dot{\varphi}$ sinkt dann. Die Schwingungen wachsen oberhalb der Stabilitätsgrenzdrehzahl $\dot{\varphi}_{gr}$ weiter an und nehmen erst wieder ab, wenn die Rotordrehzahl $\dot{\varphi} < \dot{\varphi}_{gr}$ ist.

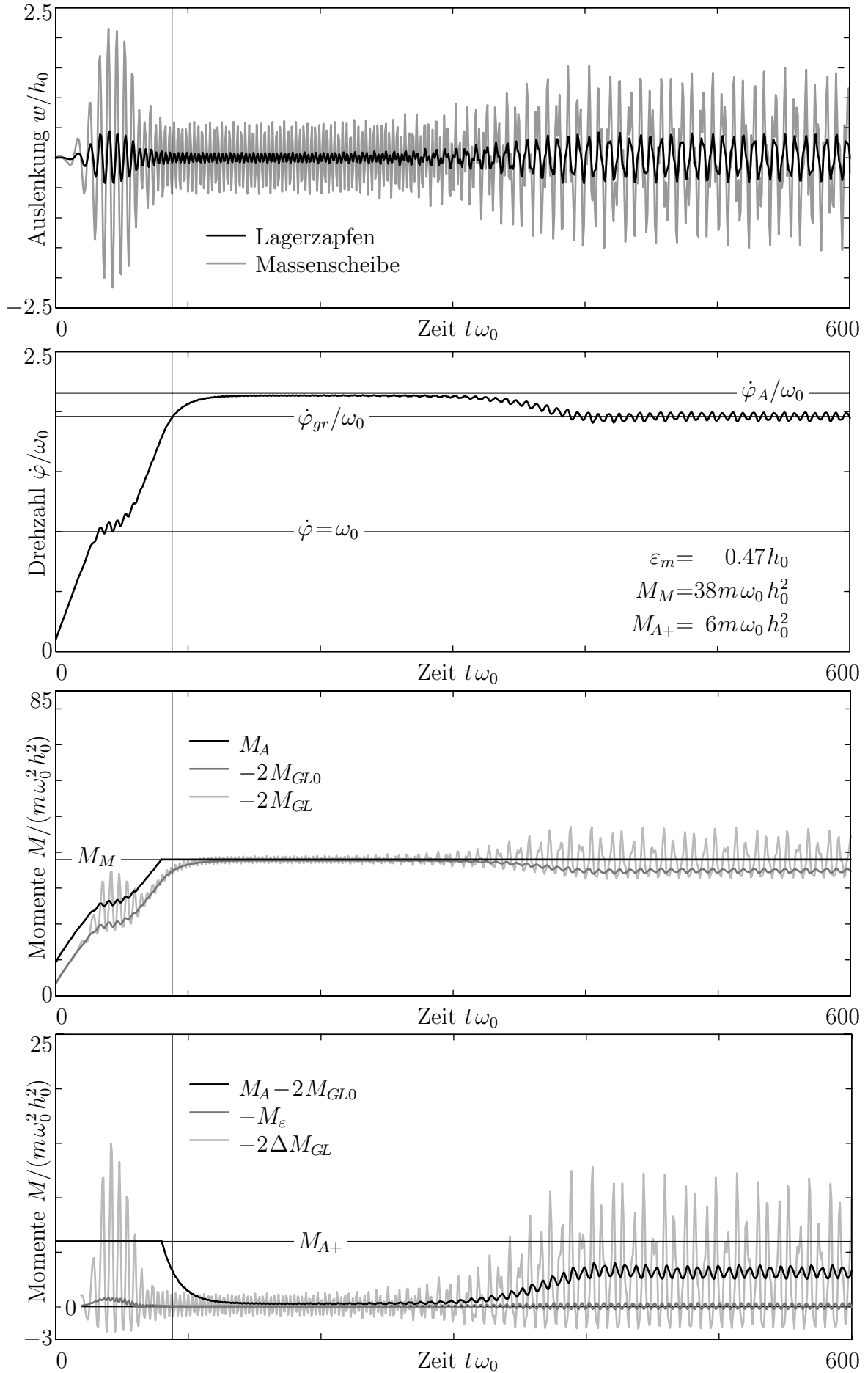


Abbildung 4.7: Hochlauf mit beschränktem Antriebsmoment unter Berücksichtigung des Gleitlagermomentes $2M_{GL}$ nach Gl. (3.25) in nichtlinearer Form

Im folgenden Verlauf stellt sich ein Grenzykel mit dem in Abb. 4.8 dargestellten Orbit des Lagerzapfens ein, der sich innerhalb des Lagerspiels befindet. Auch während des Hochlaufs sowie im Übergangszeitraum haben die berechneten absoluten Zapfenauslenkungen das Lagerspiel nicht überschritten, so dass die Zapfensexzentrizität in dieser Rechnung nicht gemäß Gl. (4.18) begrenzt werden musste.

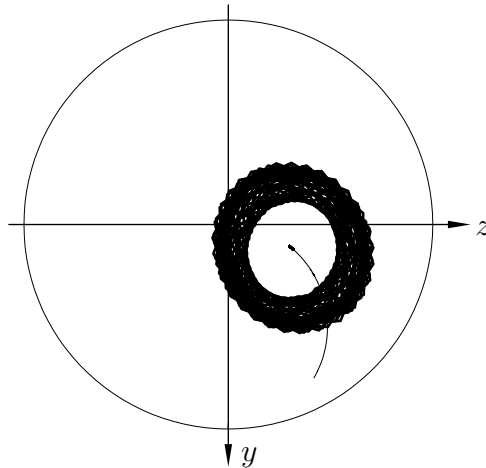


Abbildung 4.8: Orbit des Lagerzapfens im Grenzykel

Der Drehwiderstand M_ϵ aus der Unwucht ist entsprechend dem untersten Graphen in Abb. 4.7 deutlich kleiner als das auslenkungsabhängige Gleitlagermoment ΔM_{GL} . Das resultierende Verlustmoment $2 \Delta M_{GL} + M_\epsilon$ wird maßgeblich durch das Gleitlagermoment ΔM_{GL} hervorgerufen.

In Abb. 4.9 werden abschließend die auslenkungsabhängigen Gleitlagermomente ΔM_{GL} nach Gl. (3.28) mit dem Verlustmoment M_{VL1} nach Gl. (2.1) aus MARKERT und NICOLETTIS Überlegungen in [27] verglichen. Hierfür wird der in Abb. 4.7 dargestellte Drehzahl- und Auslenkungsverlauf verwendet, so dass die verschiedenen Verlustmomente aus dem gleichen Bewegungszustand resultieren.

Das auslenkungsproportionale Verlustmoment M_{VL1} – basierend auf den heuristischen Annahmen in MARKERT/NICOLETTI – ist betragsmäßig deutlich kleiner als das in dieser Arbeit hergeleitete Moment ΔM_{GL} nach Gl. (3.28). Für das betrachtete Beispiel würde der Ansatz nach MARKERT/NICOLETTI erst bei sehr hohen Drehzahlen eine Senkung der Drehbeschleunigung bewirken. Die daraus resultierende höhere Drehzahldifferenz $\dot{\varphi}_{max} - \dot{\varphi}_{gr}$ zur Stabilitätsgrenzdrehzahl führt tendenziell schneller zum Versagen des Modells. Dies wird im Abschnitt zu den Grenzen der Modellierung noch dargelegt.

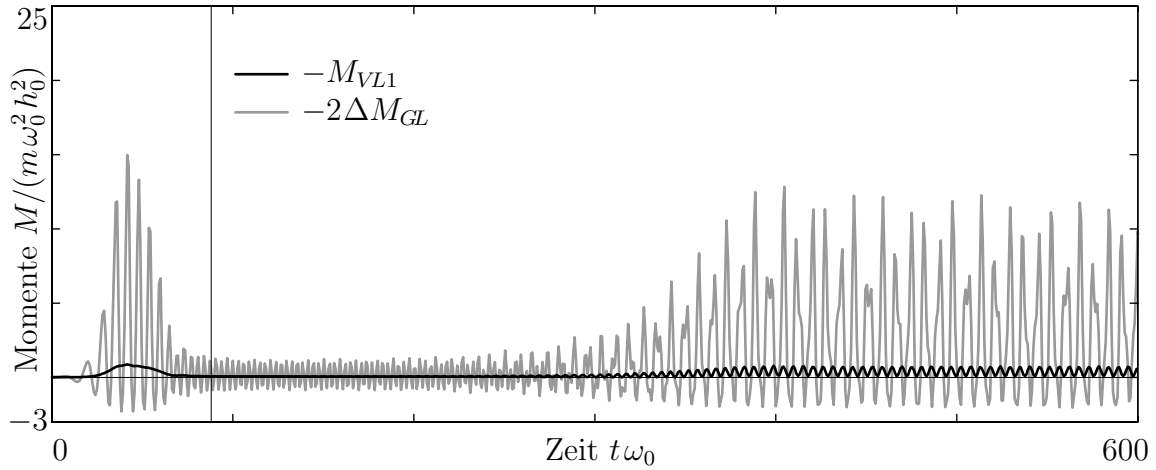


Abbildung 4.9: Vergleich zwischen dem auslenkungsproportionalen Gleitlagermoment ΔM_{GL} (Gl. (3.28)) und dem Verlustmoment M_{VL1} nach NICOLETTI (Gl. (2.1))

Hängenbleiben in der Resonanz

Die verwendeten Modellierungen des Gleitlagermomentes nach Gl. (4.17) und des Antriebsmomentes nach Gl. (4.16) erlauben die Abbildung des Hängenbleibens im Bereich der Resonanzdrehzahl. Durch die Vorgabe eines geringeren maximalen Antriebsmomentes M_M kann das Hängenbleiben des Rotors in der Resonanz abgebildet werden. Die Ergebnisse der zugehörigen Berechnung sind in Abb. 4.10 dargestellt.

Mit einem vorgegebenen maximalen Antriebsmoment M_M , welches nach gängiger Betrachtung zu einer Auslegungsdrehzahl $\dot{\varphi}_A > \omega_0$ oberhalb der biegekritischen Drehzahl führen soll, und dem nichtlinearen Gleitlagermoment M_{GL} nach Gl. (3.25) wird die Drehzahl $\dot{\varphi}_A$ im betrachteten Fall nicht erreicht. Die zunehmenden Schwingungen Δw_L und Δv_L beim Erreichen der biegekritischen Drehzahl ω_0 führen zu einer Zunahme des auslenkungsabhängigen Gleitlagermomentes $2\Delta M_{GL}$. Die Rotordrehzahl nimmt in der Folge ab und pendelt sich unterhalb der biegekritischen Drehzahl ω_0 ein. Die erzwungenen Schwingungen des Grenzzykels betragen im Gleitlager ungefähr die Hälfte des nominellen Lagerspiels und führen zu einem mittleren Gesamtrückwirkungsmoment $2M_{GL} + M_\varepsilon$, das dem Antriebsmoment M_A entspricht.

Das auslenkungsabhängige Gleitlagermoment ΔM_{GL} schwankt im Grenzzykel stark um seinen Mittelwert, wohingegen der Drehwiderstand M_ε deutlich geringere Abweichungen von seinem zeitlichen Mittelwert aufweist. Der Mittelwert des Gleitlagerverlustmomentes ΔM_{GL} ist dabei deutlich größer als jener des Drehwiderstands M_ε . Die Rückwirkung des auslenkungsabhängigen Gleitlagermomentes ΔM_{GL} auf die Drehung des Rotors ist somit maßgeblich, wohingegen der Drehwiderstand M_ε vernachlässigbar ist.

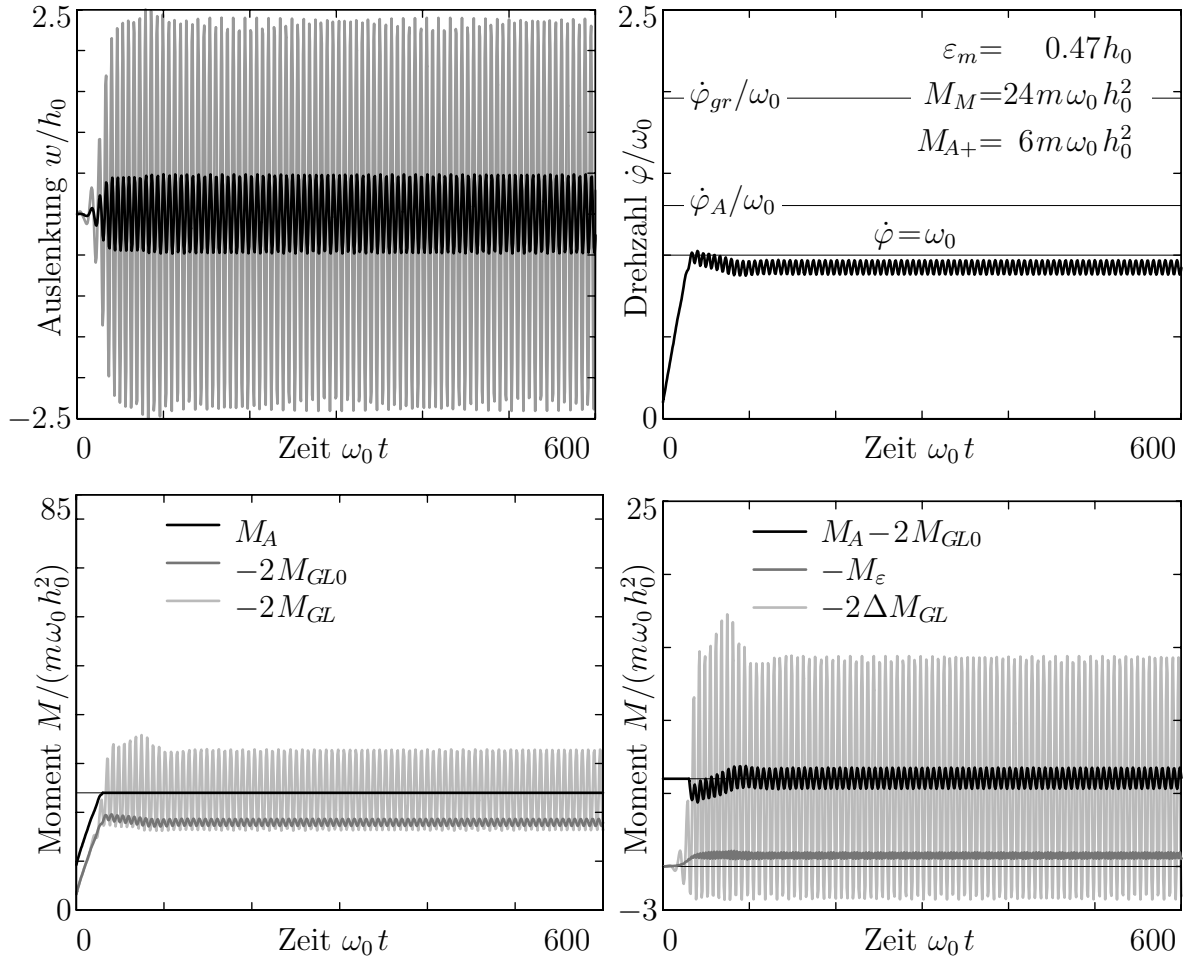


Abbildung 4.10: Hängenbleiben in der Resonanz $\dot{\varphi}_{kr} \approx \omega_0$

Im gesamten Simulationszeitraum haben die absoluten Zapfenauslenkungen das Lagerpiel h_0 nicht überschritten, so dass die Beschränkung der Zapfenexzentrizität gemäß Gl. (4.18) auch für diese Rechnung nicht notwendig war.

Grenzen der mathematischen Modellierung

Die Vorgabe eines höheren maximalen Antriebsmomentes M_M zeigt die Grenzen des betrachteten Verlustterms auf (vgl. Abb. 4.11). Ebenso wie im zuerst beschriebenen Fall von Abb. 4.7 nimmt die Drehzahl bis zum Erreichen der Auslegungsdrehzahl $\dot{\varphi}_A$ zu. Die freien lateralen Schwingungen und somit das auslenkungsabhängige Gleitlagermoment nehmen nach Überschreiten der Stabilitätsgrenzdrehzahl erst zeitlich verzögert so große Werte an, dass es zu einem Drehzahlabfall kommt. Die lateralen Schwingungen Δw_L und Δv_L und somit das Gleitlagermoment M_{GL} nehmen während der folgenden Drehzahlabnahme bis zum Erreichen des stabilen Drehzahlbereichs (zweite senkrechte Linie in Abb. 4.11) weiter zu. Aufgrund der im Vergleich zum ersten Beispiel höheren Drehzahldifferenz zwischen der Auslegungsdrehzahl $\dot{\varphi}_A$

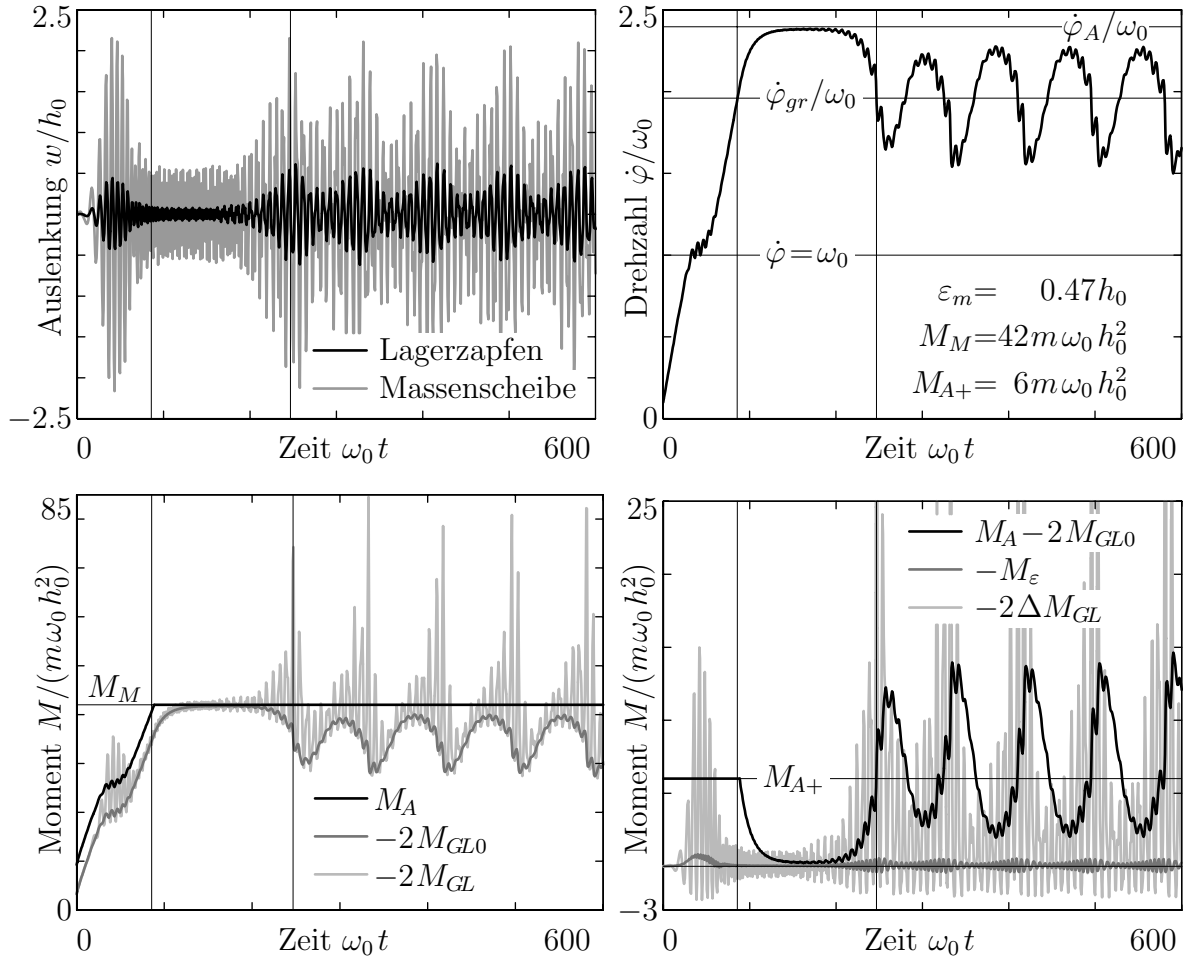


Abbildung 4.11: Hochlauf mit erhöhtem Antriebsmoment, Versagen des Modells

und der Stabilitätsgrenzdrehzahl $\dot{\varphi}_{gr}$ sind die Auslenkungen bei Erreichen der Stabilitätsgrenzdrehzahl größer. Nach Unterschreiten der Stabilitätsgrenzdrehzahl $\dot{\varphi}_{gr}$ ist viel Zeit notwendig, um die großen freien Schwingungen Δw_L und Δv_L abzubauen, somit den Drehzahlabfall zu stoppen und den Rotor erneut zu beschleunigen. Beim erneuten Erreichen des instabilen Drehzahlbereichs sind die freien Schwingungen soweit abgeklungen, dass nahezu der gleiche Ausgangszustand herrscht, wie beim erstmaligen Überschreiten der Stabilitätsgrenzdrehzahl. Der Vorgang wiederholt sich in ähnlicher Weise. In der Folge schwankt das System stetig zwischen dem stabilen und dem instabilen Betriebsbereich, ohne dass sich ein Grenzzykel einstellt.

Eine weitere Erhöhung des maximalen Antriebsmomentes M_M führt zu einem Versagen der numerischen Rechnung. Dies ist auch schon im Beispiel von MARKERT und NICOLETTI [27] in Abb. 2.1 zu beobachten. Die freien Schwingungen nehmen oberhalb der Stabilitätsgrenzdrehzahl so große Werte an, dass eine extrem lange Verweildauer im tiefen stabilen Betriebsbereich notwendig ist, um die freien Schwingungen durch Dämpfung abzubauen. Diese Zeit steht dem System jedoch nicht zur Verfügung, da die Rotordrehung durch das hohe Gleitlagermoment bis hin zum Stillstand verzögert

wird. Die numerische Rechnung versagt. Eine gedankliche Fortsetzung lässt auf eine Drehrichtungsumkehr schließen. Dies jedoch widerspricht jeglichen Erfahrungswerten.

Das Versagen der Modelle ist dem langsamen, von Null beginnenden Aufklingen der freien lateralen Schwingungen Δw_L und Δv_L nach Gl. (4.4) nach dem Überschreiten der Stabilitätsgrenzdrehzahl zuzurechnen. Die lateralen Schwingungen setzen sich zusammen aus den freien und den unwuchterzwungenen Schwingungen. Die freien Schwingungen klingen für positive Dämpfungsgrade mit der Zeit ab und für negative Dämpfungsgrade auf. Im stabilen Betriebsbereich unterhalb der Stabilitätsgrenzdrehzahl sind alle Dämpfungswerte größer Null, so dass alle freien Schwingungen des Anfangswertproblems abklingen. Die Langzeitlösung besteht aus der partikulären Lösung. Im betrachteten Fall sind dies die Schwingungen infolge der Unwuchterregung. Für Drehzahlen oberhalb der Stabilitätsgrenzdrehzahl ist mindestens ein Dämpfungsgrad kleiner Null und die zugehörige Eigenform klingt exponentiell mit der Zeit auf. Bei Übertritt über die Stabilitätsgrenzdrehzahl ist die betroffene Eigenform zunächst jedoch kaum ausgeprägt, da sie bis zu diesem Zeitpunkt bedämpft wurde. Der exponentielle Anstieg der freien Schwingung startet mit sehr kleinen Auslenkungen, so dass einige Zeit benötigt wird, bis diese so stark angewachsen sind, dass sie sichtbar werden und das System dominieren. Im weiteren Verlauf steigen die Amplituden weiter stark an und das resultierende Koppelmoment entfaltet seine starke Wirkung. Der beschriebene Sachverhalt ist nicht nur auf das lineare Modell beschränkt, wie parallel zu dieser Forschungsarbeit exemplarisch durchgeführte Untersuchungen am nichtlinearen Modell für Kurzlager von CAPONE in [5] gezeigt haben. Das Versagen der Modelle ist demnach nicht der Modellierung des Gleitlagermomentes zuzuordnen. Vielmehr liegt die Ursache in der Berechnung der über die Zeit aufklingenden freien lateralen Schwingungen jenseits der Stabilitätsgrenzdrehzahl aus Gl. (4.1) bzw. Gl. (4.4).

Dem beschriebenen verzögerten Effekt kann durch Aufbringung künstlicher freier Schwingungen (z. B. durch Rauschen) beim Überschreiten der Stabilitätsgrenzdrehzahl $\dot{\varphi}_{gr}$ abgeholfen werden. Dann haben alle Eigenformen größere Anfangsauslenkungen und damit auch die aufklingende Eigenform. Eine weitere Möglichkeit das Modellversagen hinauszuzögern ist die Berücksichtigung des in dieser Arbeit verwendeten maximalen Motormomentes, welches die maximale Drehzahl begrenzt. In der Zeit bis die freien Schwingungen ihre Wirkung auf das Gleitlagermoment entfalten, steigt die Drehzahl nicht mehr beliebig stark an. Beide Varianten führen jedoch nur bei geeigneter Parameterwahl zu zufriedenstellenden Ergebnissen.

Allein die mathematische Abbildung des auslenkungsabhängigen Gleitlagermomentes ΔM_{GL} ist für das Erreichen des Grenzzykels nicht ausreichend. Es müssen zusätzlich Vorkehrungen wie das drehzahlabhängige Gleitlagermoment M_{GL0} oder die künstliche Anfachung der Schwingungen jenseits der Stabilitätsgrenzdrehzahl $\dot{\varphi}_{gr}$ vorgenommen werden, um ein zu starkes Anwachsen der Drehzahl $\dot{\varphi}$ im Modell zu verhindern.

4.3.2 Linearisierte Gleitlagermomente

Nachfolgend wird untersucht, welchen Einfluss die in Abschnitt 4.2.5 vorgestellten linearisierten Abbildungen des Gleitlagermomentes auf die Lösung des Differentialgleichungssystems haben. Die Berechnungen erfolgen mit den Parametern, die in der Rechnung zum Hängenbleiben an der Stabilitätsgrenzdrehzahl in Abschnitt 4.3.1 verwendet wurden. Die berechneten Zeitverläufe können somit direkt mit den Ergebnissen für das nichtlineare Gleitlagermoment in Abb. 4.7 abgeglichen werden.

Linearisierung nach Zapfenexzentrizität

Die Berücksichtigung der linearen Näherung des Gleitlagermomentes nach Gl. (4.19) in der Momentengleichung (4.5) führt auf das Systemverhalten von Abb. 4.12. Die qualitativen Verläufe der Drehzahl, der Auslenkungen und der Momente entsprechen denen in Abb. 4.7, welche auf dem nichtlinearen Gleitlagermoment basieren. Im Vergleich dazu sind im hier berechneten Grenzzykel höhere Auslenkungsamplituden sowie

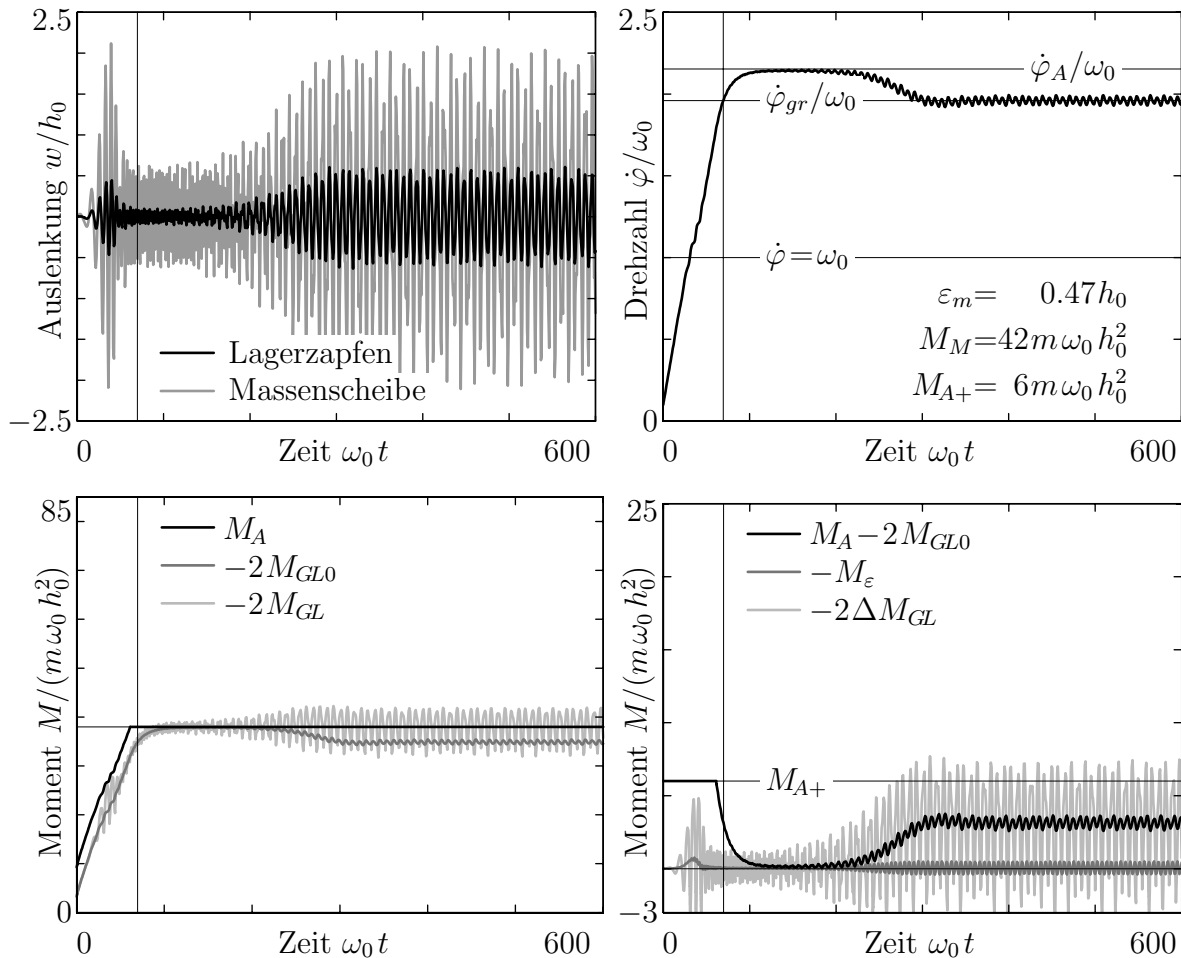


Abbildung 4.12: Hochlauf bei linearisiertem Gleitlagermoment nach Gl. (4.19)

eine geringere Schwankungsbreite der wegabhängigen Verlustmomente zu beobachten. Der resultierende Drehzahlverlauf im Grenzykel entspricht in etwa jenem unter Berücksichtigung des nichtlinearen Momentes nach Gl. (4.18). Während der Resonanzdurchfahrt führen die Auslenkungen, die in etwa denen aus Abb. 4.7 entsprechen, zu einem geringeren Gleitlagermoment, so dass die Drehbeschleunigung $\ddot{\varphi}$ des Rotors während der Resonanzdurchfahrt – im Gegensatz zu den Ergebnissen die in Abb. 4.7 dargestellt sind – nahezu unbeeinflusst vom Gleitlagermoment bleibt.

Linearisierung nach festen Koordinaten

Wird die Linearisierung des Gleitlagermomentes nach festen Koordinaten entsprechend Gl. (4.20) durchgeführt, ergibt sich das Verhalten in Abb. 4.13. Der resultierende Drehzahlverlauf $\dot{\varphi}(t)$, die Schwingungsamplituden sowie die Momente in Abb. 4.13 unterscheiden sich signifikant von dem Ergebnis der nichtlinearen Berechnung in Abb. 4.7. Es stellt sich ein Grenzykel ein, jedoch sind die Schwingungsamplituden und Drehzahlschwankungen im Grenzykel deutlich größer als beim nichtli-

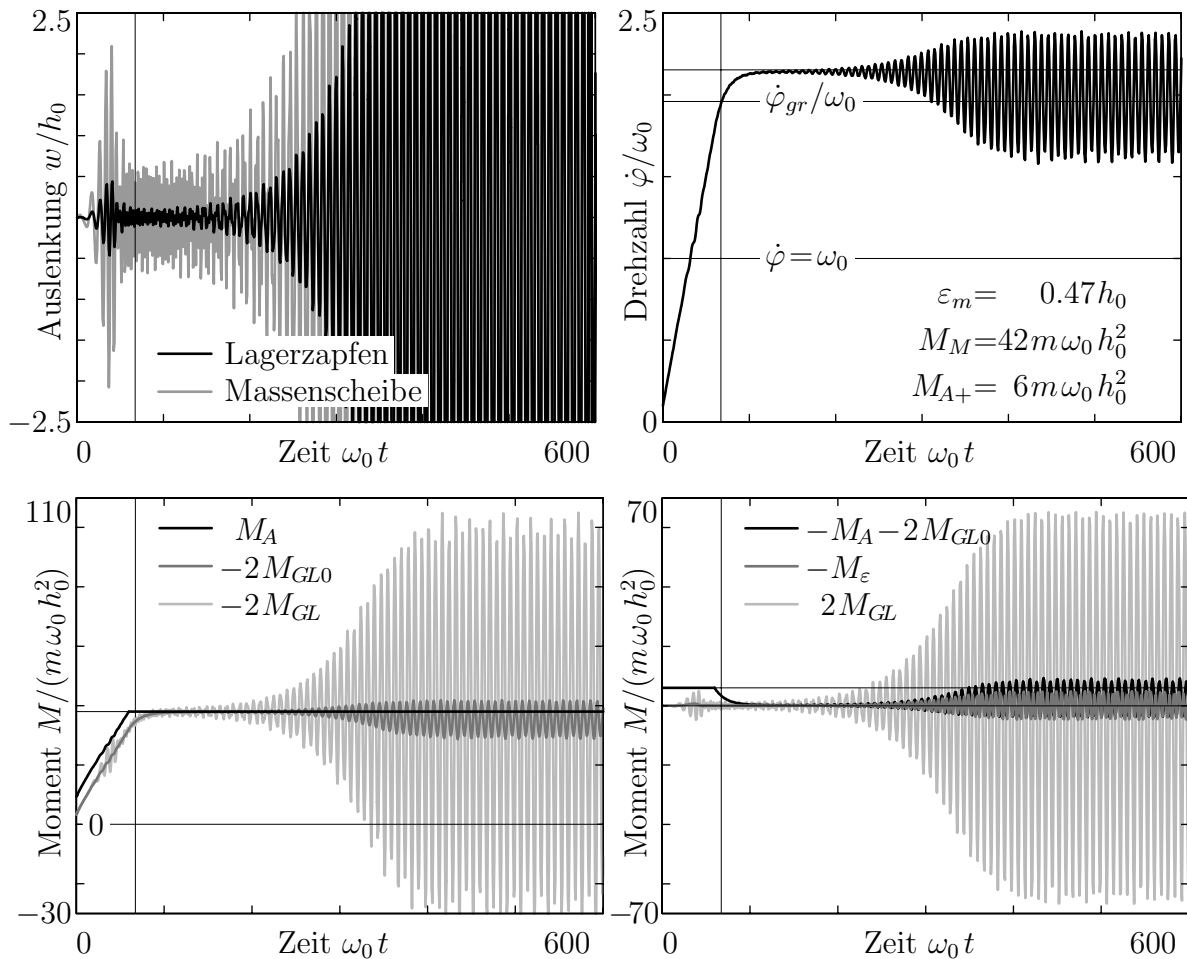


Abbildung 4.13: Hochlauf bei linearisiertem Gleitlagermoment nach Gl. (4.20)

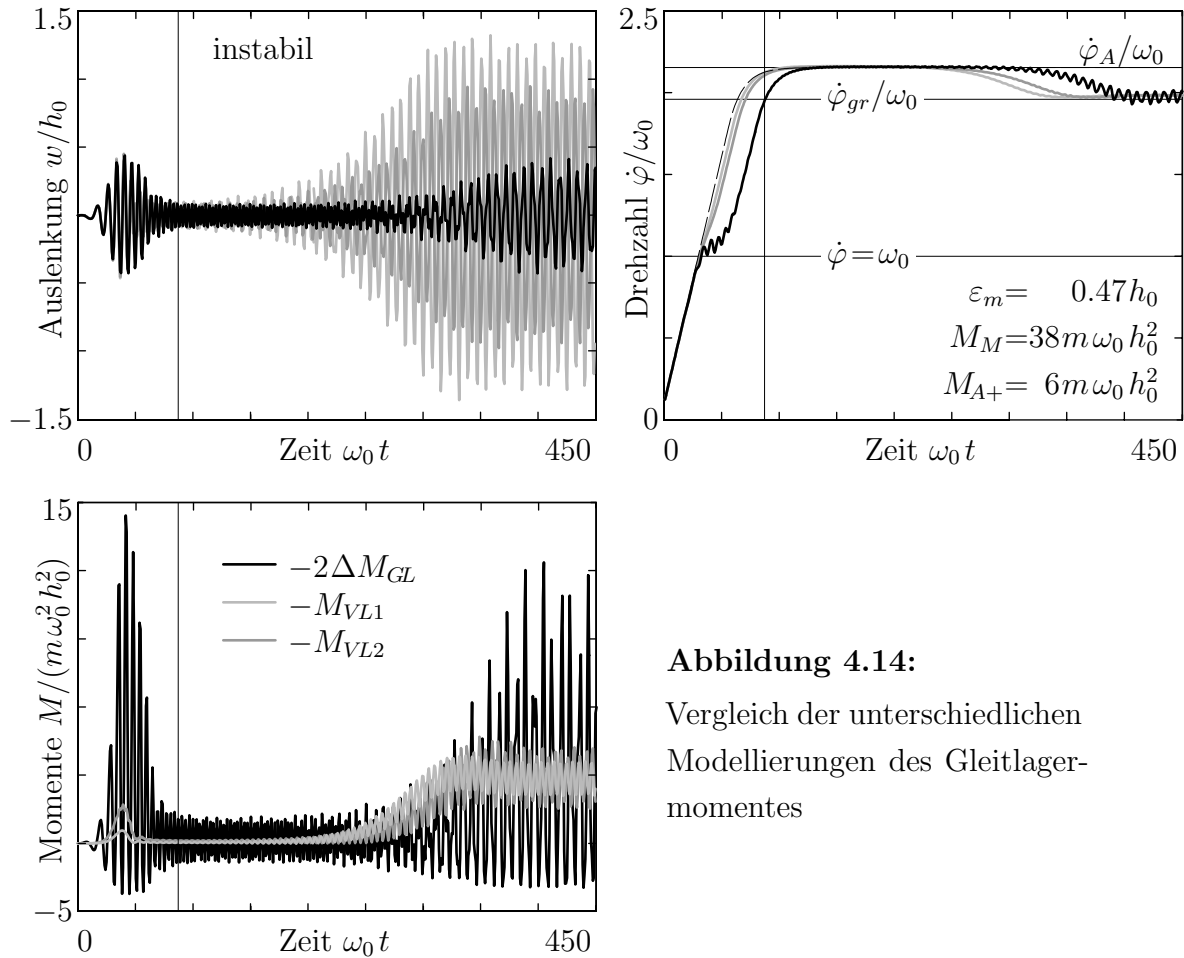
nearen Modell. Während die errechneten Zapfenauslenkungen aller vorhergehenden Beispiele innerhalb des Lagerspiels blieben, nehmen sie im vorliegenden Fall Werte an, die einem Vielfachen des maximalen Lagerspiels h_0 entsprechen. Die Rückwirkung der Rotorauslenkungen während der Resonanzdrehzahl auf die Drehbeschleunigung ist im Drehzahlschrieb nicht zu erkennen. Die mittels der Linearisierung berechneten auslenkungsabhängigen Momente (Abb. 4.13 unten rechts) weisen vergleichbar starke Schwankungen um die Nulllinie auf, aus denen dann die Drehzahlschwankungen resultieren. Zur Abbildung der Momente wurden die Grenzen der Ordinatenachsen gegenüber den vorangegangenen Beispielen verändert. Das berechnete Verhalten bildet den physikalischen Sachverhalt qualitativ und quantitativ unzureichend ab.

4.3.3 Vergleich mit bestehenden Lösungsansätzen

Das in dieser Arbeit eingeführte auslenkungsabhängige Gleitlagermoment ΔM_{GL} bildet die Kopplung zwischen Rotorauslenkungen und dem Drehzahlverhalten gleitgelagerter Rotoren allgemeingültig ab. In diesem Abschnitt werden die Unterschiede zu den im Kapitel 2 vorgestellten früher eingeführten Verlustmomenten M_{VL1} und M_{VL2} betrachtet. Hierfür wird das in Abschnitt 4.2 vorgestellte Gleichungssystem mit all seinen Annahmen herangezogen und lediglich der auslenkungsabhängige Verlustterm in der Momentengleichung (4.5) variiert.

In Abb. 4.14 sind die zeitlichen Verläufe der Drehzahlen, der Zapfenauslenkungen und der auslenkungsabhängigen Verlustmomente infolge der unterschiedlichen Modellierungsansätze gegenübergestellt. Unter der Annahme des im Abschnitt 4.2.3 vorgestellten drehzahlabhängigen Antriebsmomentes führen sowohl das in dieser Arbeit erarbeitete Gleitlagermoment ΔM_{GL} als auch die Verlustmomente M_{VL1} und M_{VL2} gemäß den Gln. (2.1) und (2.2) zu einem Hängenbleiben an der Stabilitätsgrenzdrehzahl. Unter Verwendung der in Kapitel 2 vorgestellten Verlustmomente stellt sich der Grenzykel bei deutlich größeren Zapfenamplituden als bei der Berücksichtigung des in dieser Arbeit eingeführten auslenkungsabhängigen Gleitlagermomentes ΔM_{GL} ein.

Die auslenkungsabhängigen Momente M_{VL1} und M_{VL2} schwanken während des Grenzykels trotz größerer Zapfenauslenkungen weniger stark um ihren Mittelwert als das Gleitlagermoment ΔM_{GL} . Diese größere Sensitivität des auslenkungsabhängigen Gleitlagermomentes gegenüber den Zapfenauslenkungen zeigt sich ebenso während der Resonanzdurchfahrt. Bei nahezu identischen Auslenkungsverläufen während dem Durchfahren der Resonanz kommt es lediglich bei der Verwendung des auslenkungsabhängigen Gleitlagermomentes ΔM_{GL} zu einer deutlichen Verzögerung der Drehbeschleunigung. Die aus dem Gleichungssystem der lateralen Schwingungen abgeleiteten Verlustmomente M_{VL1} und M_{VL2} sind deutlich geringer und führen zu kaum merklichen Verzögerungen während der Resonanzdurchfahrt. Der in allen drei Betrachtungen enthalte-

**Abbildung 4.14:**

Vergleich der unterschiedlichen Modellierungen des Gleitlagermomentes

ne Einfluss des Drehwiderstands M_ε hat im Resonanzbereich entsprechend Abb. 4.7 die gleiche Größenordnung wie das Verlustmoment M_{VL1} bzw. M_{VL2} .

Bei allen verwendeten Verlustmomenten wird ungefähr die gleiche Zeit zwischen dem erstmaligen Übertritt der Stabilitätsgrenzdrehzahl und dem Erreichen des Grenzykels benötigt. Dies bestätigen die Ausführungen zu den Grenzen der Modellierung. Danach kann dieses Verhalten nicht durch die Wahl des Verlustmomentes beeinflusst werden, sondern ist auf das Gleichungssystem der lateralen Schwingungen (4.4) zurückzuführen.

Anhand der durchgeführten Betrachtungen ist anschaulich gezeigt worden, dass das Verlustmoment infolge der Zapfenauslenkungen nicht allein durch die Koeffizienten des linearen Gleichungssystems der translatorischen Schwingungen beschrieben werden kann.

Die in Kapitel 2 getroffenen Annahmen basieren auf dem Ziel einer energiekonsistenten Beschreibung des Zusammenhangs zwischen den Rotorauslenkungen, der Drehbeschleunigung und dem zur Verfügung stehenden Antriebsmoment. Das in dieser Arbeit eingeführte auslenkungsabhängige Gleitlagermoment ΔM_{GL} genügt diesem Anspruch.

Die Verlustleistung

$$P = M_{GL} \dot{\varphi} \quad (4.21)$$

infolge des Gleitlagermomentes beschreibt nach VOGELPOHL [47] die von außen aufzuwendende Leistung um die Schubspannungen an der Zapfenoberfläche zu überwinden. Sie wird demnach im Falle des stationären Betriebs vollständig in Wärme umgewandelt.

4.4 Stationärer Betrieb im instabilen Drehzahlbereich

Nachdem im vorhergehenden Abschnitt das Verhalten des mechanischen Systems aus Abschnitt 4.2.1 unter Annahme eines beschränkten Antriebsmomentes M_A numerisch untersucht wurde, wird abschließend das Systemverhalten bei konstanter Drehzahlvorgabe $\dot{\varphi} = \text{const.}$ oberhalb der Stabilitätsgrenzdrehzahl vorgestellt. Hierfür ist lediglich die Lösung der Bewegungsgleichung (4.1) für die Translation unter Berücksichtigung der vorgegebenen Drehzahl notwendig. Die Momentengleichung (4.2) muss aufgrund der Forderung $\ddot{\varphi} = 0$ für eine konstante Drehzahl durch den dann geregelten Antrieb erfüllt werden. Die in dieser Arbeit hergeleitete Gl. (4.17) für das Gleitlagermoment wird lediglich begleitend gelöst, um das notwendige zeitveränderliche Antriebsmoment $M_A(t)$ zu bestimmen, welches zur Sicherstellung der konstanten Drehzahl vom Antrieb aufgebracht werden muss.

Die Zeitverläufe der Auslenkungen und der Drehzahl für das unwuchtfreien System ($\varepsilon_m = 0$) sind in Abb. 4.15 dargestellt.

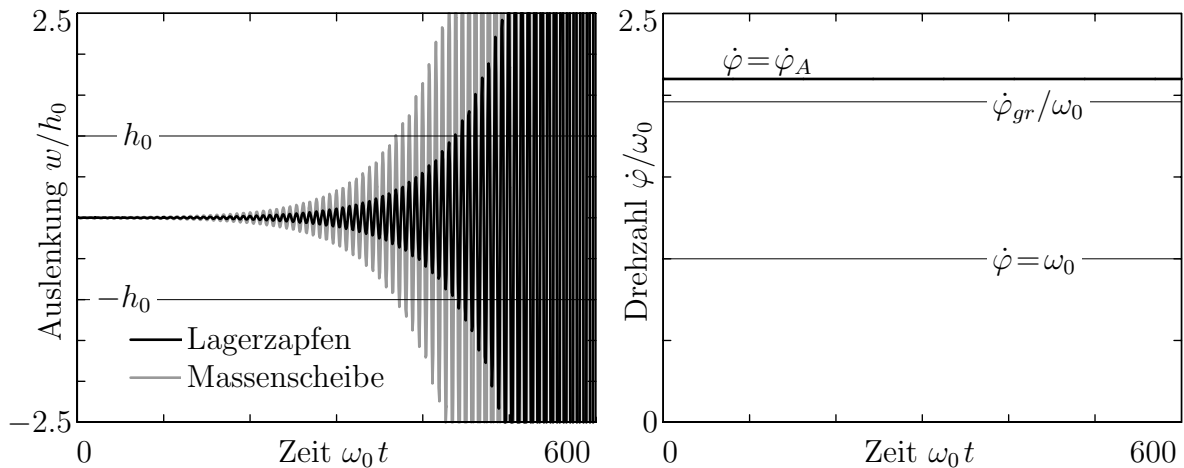


Abbildung 4.15: Stationärer Betrieb im instabilen Drehzahlbereich

Bei konstanter Drehzahl $\dot{\varphi}_A$ oberhalb der Stabilitätsgrenze $\dot{\varphi}_{gr}$ nehmen die Schwingungsamplituden sowohl im Lager als auch an der Massenscheibe (ausgehend von sehr kleinen Schwingungen) exponentiell zu. Aufgrund des linearisierten Gleichungssystems (4.1) sind die Auslenkungsamplituden im Gleitlager nicht auf das Lagerspiel h_0 beschränkt, sondern können beliebig große Werte annehmen. Die Rotordrehzahl bleibt entsprechend der Vorgabe über die gesamte Zeit konstant.

Das aus dem Bewegungszustand resultierende Gleitlagermoment nach Gl. (4.17) ist in Abb. 4.16 dargestellt.

Ausgehend von einem anfänglichen Gleitlagermoment $M_{GL}(t=0) \approx M_{GL0}$, welches hauptsächlich durch die Drehung des Zapfens am Arbeitspunkt verursacht wird, steigt das Gleitlagermoment infolge der zunehmenden Zapfenauslenkungen an, bis die Limitierung des Gleitlagermomentes in Gl. (4.16) erreicht wird. Mit den – aus dem linearen Gleichungssystem errechneten – großen Zapfenexzentrizitäten $\varepsilon_L > h_0$ ist die Lösung der Gleitlagermomente (3.25) nicht mehr möglich, so dass die hier verwendeten Auslenkungen gemäß Gl. (4.16) auf einen maximalen Wert beschränkt werden.

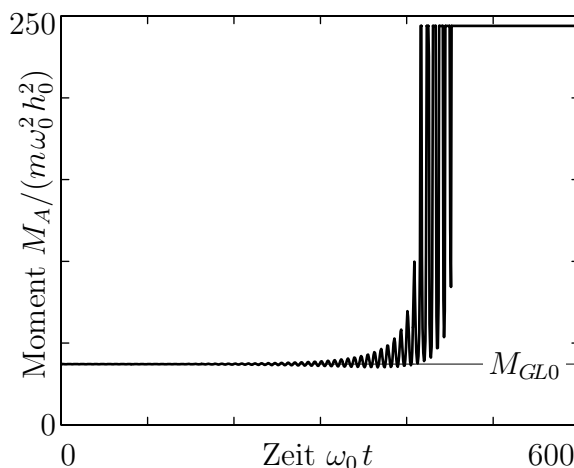


Abbildung 4.16:

Notwendiges Antriebsmoment für den Betrieb im instabilen Drehzahlbereich

Um die vorab getätigte Annahme des konstanten Drehzahlverlaufs über der Zeit erfüllen zu können, muss der Antrieb des Rotors das in Abb. 4.16 dargestellte Antriebsmoment M_A bis hin zu dem Grenzwert ∞ aufbringen. Die durchgeführte Rechnung veranschaulicht die einführend in Kapitel 1 beschriebenen Unzulänglichkeiten, die durch die Vernachlässigung der Momentengleichung entstehen. Um die im instabilen Drehzahlbereich aufklingenden Schwingungen zu ermöglichen, muss der Antrieb die dafür notwendige Energie zur Verfügung stellen können.

Spätestens nach Überschreiten des Lagerspiels h_0 verliert das lineare System zur Beschreibung der Zapfenauslenkung seine Gültigkeit. Die Randeffekte im Gleitlager, deren Einfluss auf das Bewegungsverhalten und die Momentenbilanz des Rotors können mit nichtlinearen Modellen für hohe Zapfenexzentrizitäten erfasst werden. Der Umstand, dass mit zunehmenden Lagerexzentrizitäten das Gleitlagermoment zunimmt und somit eine Rückwirkung auf den Antrieb entsteht, gilt auch für diese Modelle uneingeschränkt. Die nichtlinearen Bewegungsgleichungen der lateralen Lagerschwingungen sind nicht Bestandteil der hiesigen Betrachtungen.

Kapitel 5

Experimenteller Nachweis

Die Modellerweiterung um das Gleitlagermoment M_{GL} wurde experimentell an einem Gleitlagerversuchsstand überprüft. Der Versuchsstand wurde im Rahmen des Forschungsprojektes zur instationären Gleitlagerdynamik durch BAUMANN und KAAL [22] unter Mitarbeit des Autors konstruiert und aufgebaut, vgl. Abb. 5.1. Der Versuchsstand besteht aus einer starren Welle, die von zwei Magnetlagern getragen wird. Zwischen den Magnetlagern ist das Versuchsgleitlager mittig angeordnet. Im Antriebsstrang befinden sich – neben dem Rotor – der antreibende Motor, eine Momentenmesswelle, die zum Schutz vor zu großen Querkraften von zwei elastischen torsionssteifen Kupplungen umgeben ist, sowie ein Drehwinkelgeber.

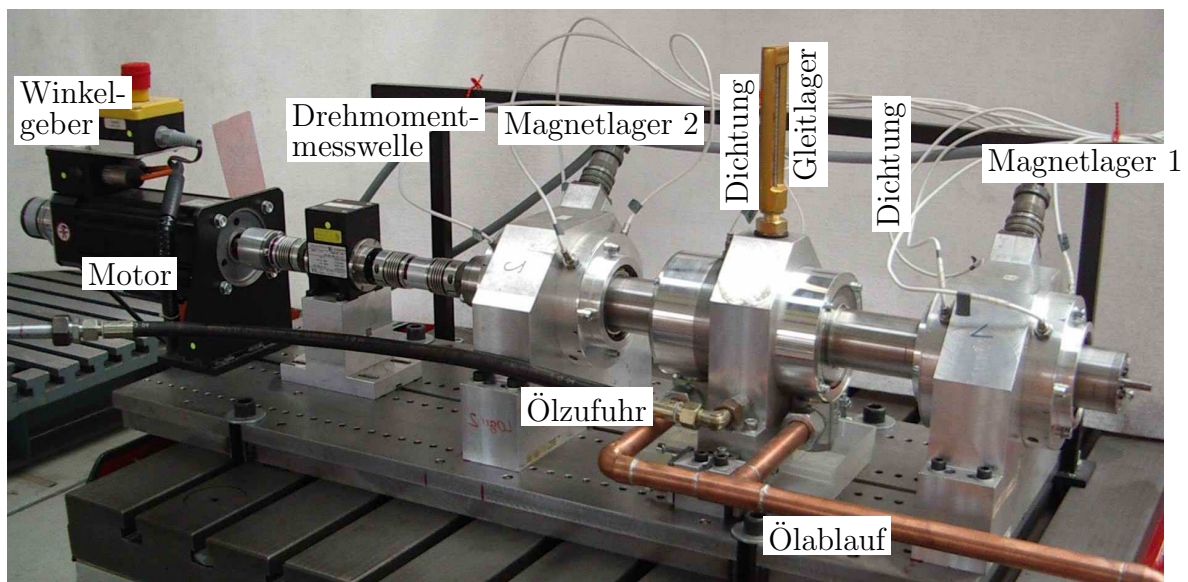


Abbildung 5.1: Gleitlagerprüfstand im Labor Strukturdynamik [3]

5.1 Rotorversuchsstand

Der Betrieb sowie die mathematische Modellierung des Versuchsrotors, dessen schematischer Aufbau in Abb. 5.2 dargestellt ist, wird maßgeblich durch die verwendeten Magnet- und Gleitlager beeinflusst. In diesem Abschnitt wird auf die grundsätzlichen Eigenschaften und Regelungskonzepte der Lager sowie die Betriebsart des Versuchsstands eingegangen. Daraus resultieren u. a. die theoretischen Steifigkeiten und Dämpfungen zur Modellierung des Systems, welche anschließend mittels der messtechnisch erfassten Versuchsdaten angepasst werden.

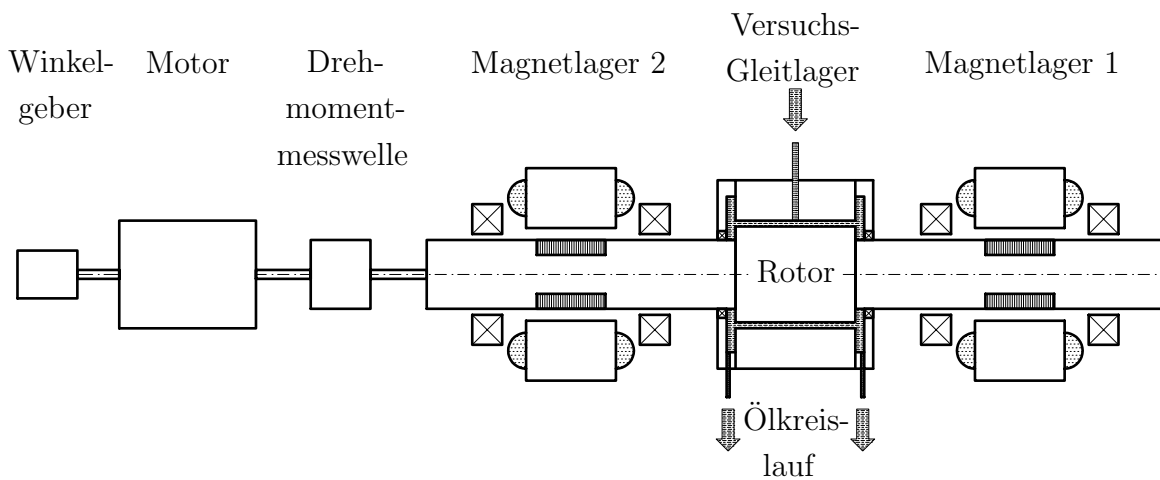


Abbildung 5.2: Schematischer Aufbau des Versuchsstands, vgl. [3]

5.1.1 Aufbau und Betrieb

Für die grundlegende Untersuchung dieser Arbeit wird das kreiszylindrische Lager mit den geometrischen Daten gemäß Tab. 5.1 aus der Konstruktion nach [22] verwendet.

Tabelle 5.1: Daten des Versuchsgleitlagers		
	Kenngröße	Wert
Geometrie	Lagerbreite	$B = 60 \text{ mm}$
	Lagerdurchmesser	$D = 60 \text{ mm}$
	Lagerspalt	$h = 0.25 \text{ mm}$
	relatives Lagerspiel	$\psi = 8.3\text{‰}$
Schmiermittel	Typ	niederviskoses Hydrauliköl
	Azolla ZS 10	Dichte bei 15°C
		$\rho = 846 \text{ kg/m}^3$
	dynamische Viskosität η bei 25°C	$\eta = 11.4 \text{ mPas}$ (Messung)

Aufgrund des vorliegenden Breitenverhältnisses von $B/D = 1$ können die Eigenschaften des verwendeten Gleitlagers weder mit der Kurz- noch mit der Langlagertheorie analytisch ausreichend genau ermittelt werden. Im Rahmen der Auslegung wurden die bezogenen Lagersteifigkeiten γ_{ij} und Lagerdämpfungen β_{ij} mit dem Verfahren der Finiten Volumen gemäß PFAU [33] bestimmt. Die numerisch berechneten Werte für das Versuchsgleitlager sind in Abb. 5.3 abgebildet.

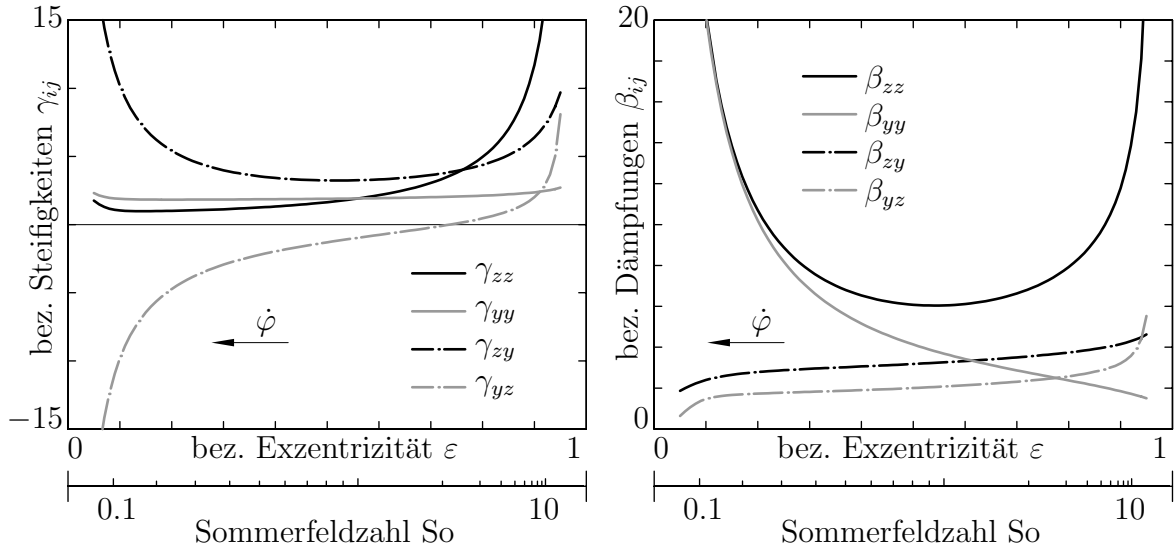


Abbildung 5.3: Numerisch ermittelte Lagerkennzahlen
für das Versuchsgleitlager ($B/D=1$)

Zusätzlich zum Gleitlager, das aufgrund seiner räumlichen Anordnung nicht in der Lage ist, den Rotor im Betrieb alleine zu halten, wird der Rotor von zwei aktiven Radial-Magnetlagern getragen. Die stabile Lagerung des Rotors inklusive der Kompensation der statischen Lasten durch das Eigengewicht und die Ölfilmkräfte des Gleitlagers wird durch einen im Echtzeit-Regelsystem DSPACE implementierten PID-Regler gewährleistet, wie ihn HOFFMANN in [21] beschreibt.

Die in der Vorgängerarbeit [3] verwendete dezentrale Lageregelung der einzelnen Magnetlager führt aufgrund der geometrischen Anordnung der Magnetlager auf Eigenfrequenzen der translatorischen und der Kipp-Freiheitsgrade des Rotors, die dicht beieinander liegen. Klingen die translatorischen Schwingungen auf, z. B. beim Betrieb im instabilen Drehzahlbereich $\dot{\varphi} > \dot{\varphi}_{gr}$, würden die Kippschwingungen ebenfalls angeregt. Die Auslenkungen infolge der Kippschwingungen würden dann zum Anstreifen in den Fanglagern der Magnetlager und zum Abbruch des Versuchs führen. Aus diesem Grund wird im Rahmen dieser Arbeit eine zentrale Regelung der Magnetlager entsprechend WEI [50] verwendet, die es in einfacher Weise erlaubt, die Eigenfrequenzen der translatorischen und der Kipp-Freiheitsgrade des Rotors getrennt zu steuern und somit das Anstreifen des Rotors durch die Kippbewegungen im untersuchten Drehzahlbereich auszuschließen.

Die beiden Regelkonzepte sowie die daraus resultierenden mechanischen Systeme mit ihren unabhängig voneinander einstellbaren Magnetlagersteifigkeiten sind in Abb. 5.4 gegenübergestellt.

Bei der vormals verwendeten dezentralen Regelung werden die gemessenen komplexen Auslenkungen \mathbf{r}_1 und \mathbf{r}_2 in den Magnetlagerebenen direkt zur Berechnung des jeweiligen Regelstroms \mathbf{i}_1 und \mathbf{i}_2 der Magnetlager durch die PID-Regler herangezogen. Die resultierenden Steifigkeiten k_1 und k_2 , sowie die in der Abb. nicht gezeigten Dämpfungen b_1 und b_2 in den Magnetlagerebenen resultieren maßgeblich aus den verwendeten Reglerparametern der beiden PID-Regler.

In der hier verwendeten zentralen Regelung werden aus den Auslenkungen \mathbf{r}_1 und \mathbf{r}_2 in den Magnetlagerebenen erst die Auslenkung \mathbf{r}_s sowie die Winkellage ψ_s in der Mittelebene des Rotors berechnet. Daraus werden dann die voneinander unabhängigen

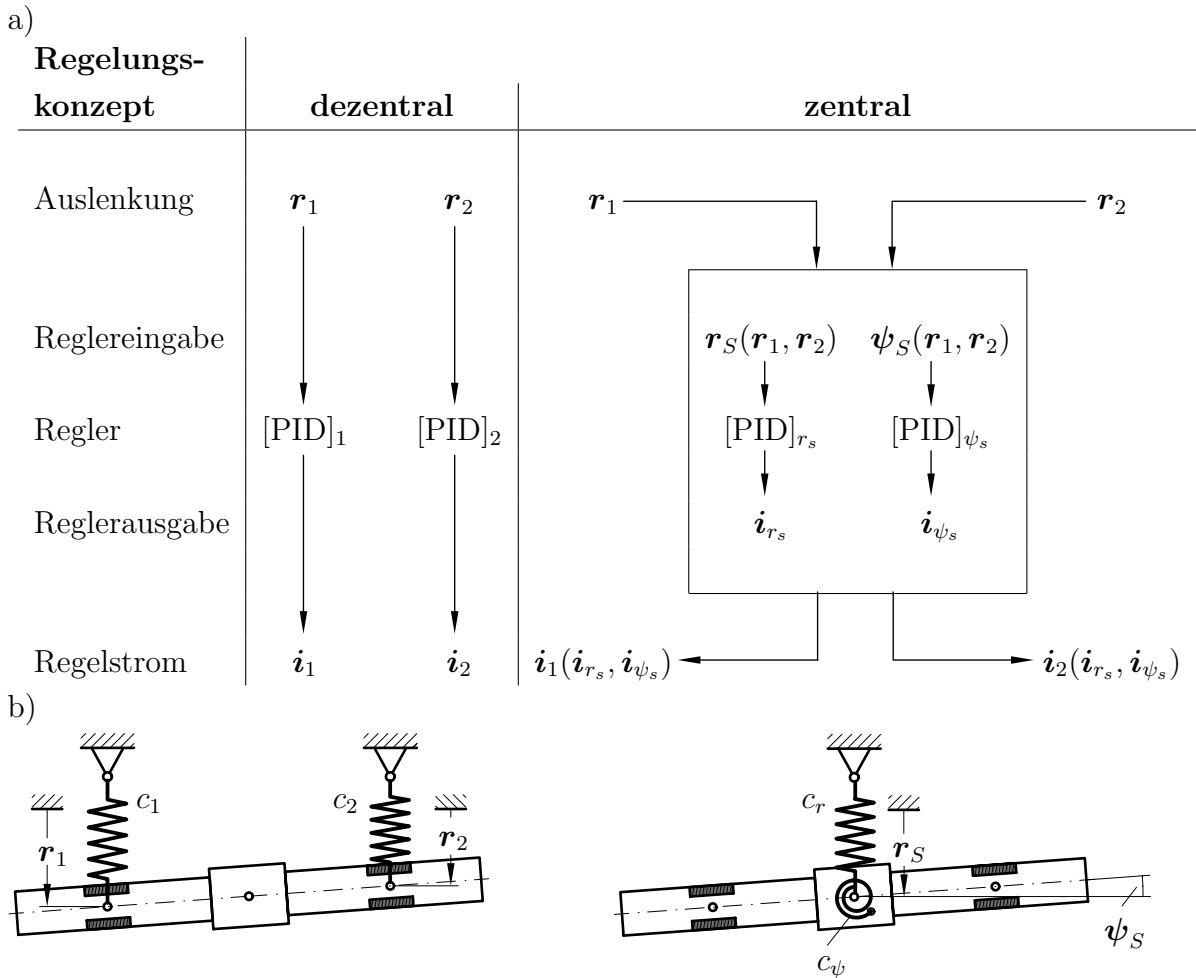


Abbildung 5.4: Gegenüberstellung

- a) der Regelkonzepte der Magnetlager sowie
- b) der resultierenden mechanischen Ersatzsysteme
mit unabhängig voneinander einstellbaren Steifigkeiten

Regelströme $\dot{\mathbf{i}}_{r_s}$ und $\dot{\mathbf{i}}_{r_\psi}$ mit den zugehörigen PID-Reglern bestimmt. Die in den Magnetlagern aufgebrachten Regelströme $\dot{\mathbf{i}}_1$ und $\dot{\mathbf{i}}_2$ setzen sich aus den Regelströmen $\dot{\mathbf{i}}_{r_s}$ und $\dot{\mathbf{i}}_{r_\psi}$ zusammen. Infolge der getrennten Regelung der Auslenkung \mathbf{r}_s und der Winkellage ψ_s können über die Reglerparameter der beiden PID-Regler die laterale Steifigkeit k_r und die Kippsteifigkeit k_ψ um die Rotormittelebene unabhängig voneinander eingestellt werden. Selbiges gilt für die zugehörigen Magnetlagerdämpfungen b_r und b_ψ .

Die aktiven Magnetlager dienen darüber hinaus als Aktuatoren zur Kraftanregung sowie als Sensoren zur Kraftmessung. Die Kraft des Magnetlagers wird aus der von VARUN in [46] experimentell ermittelten Kraft-Strom-Weg-Charakteristik und deren numerischer Anpassung durch ROY in [37] berechnet.

Im Betrieb wird die gewünschte Lage des Rotors durch die Echtzeitregelung der Magnetlager sichergestellt. Sie erlaubt eine beliebige Wahl des Arbeitspunktes in den Magnetlagern und damit auch im Gleitlager. Das Gleitlager fungiert in der gegebenen Anordnung nicht im direkten Sinne als Lager, sondern vielmehr als ein technisches Bauteil, welches eine zusätzliche statische Kraft, sowie Dämpfung und Steifigkeit in das Rotorsystem einbringt. Für einen gegebenen Arbeitspunkt im Gleitlager ergibt sich eine Ölfilmkraft $F_{GL} \sim \dot{\varphi} \eta$, deren Krafrichtung von der Positionierung im Lager abhängt. Infolge des proportionalen Zusammenhangs $F_{GL} \sim \dot{\varphi} \eta$ ergibt sich für den Betrieb an einem festen Arbeitspunkt, dass die SOMMERFELD-Zahl So gemäß Gl. (3.7) unabhängig von der Drehzahl $\dot{\varphi}$ und der Ölviskosität η und somit konstant ist. Angetrieben wird der Rotor durch einen permanentmagneterregten Drehstrom-Synchronmotor, welcher zusammen mit einem digitalen Servoregler betrieben wird. Über den Motorregler kann neben der gewünschten Drehzahl $\dot{\varphi}$ ein maximaler Anker-Strom $i_A > 0$ vorgegeben werden, womit das maximal zur Verfügung stehende Antriebsmoment M_A vorgegeben wird.

5.1.2 Numerisches Modell

Zur Verifizierung der Ergebnisse aus den Versuchen am Prüfstand wird ein mathematisches Modell des Versuchsstands erstellt. Analog zu den Betrachtungen in Kapitel 4 werden für den vorliegenden Rotor ein lineares Gleichungssystem für die translatorischen Freiheitsgrade \mathbf{r} und eine nichtlineare Bewegungsgleichung des Drehfreiheitsgrades φ erstellt.

5.1.3 Bewegungsgleichungen

Der abzubildende starre Rotor besitzt sechs Freiheitsgrade, deren Auslenkungen im raumfesten kartesischen xyz -Koordinatensystem beschrieben werden, siehe Abb. 5.5.

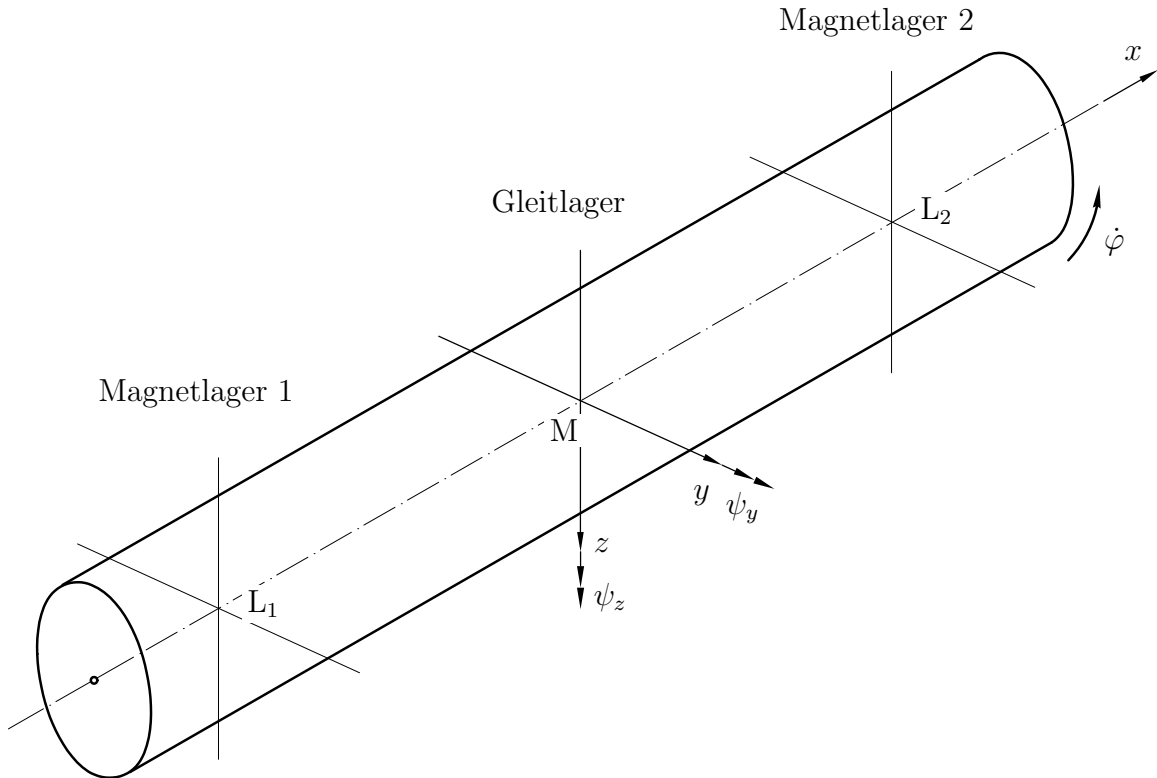


Abbildung 5.5: Koordinatenfestlegung am unausgelenkten Versuchsrotor, vgl. [3]

Die x -Achse ist durch die horizontale Verbindungslinie der Lagermittelpunkte mit dem Nullpunkt im (motorfernen) Magnetlager 1 definiert. Das rechtshändige System wird in der Ebene des Rotormittelpunktes M (Gleitlagerebene) durch die y - und die z -Achse, welche in Richtung des Schwerfeldes zeigt, vervollständigt.

Die Bewegung des Rotors wird durch die translatorischen Verschiebungen u , w und v des Schwerpunktes in den zugehörigen Koordinatenrichtungen x , y und z , die Kippfreiheitsgrade ψ_z und ψ_y um die beiden Achsen senkrecht zur Längsachse sowie die Rotation φ um die x -Achse in negativer Drehrichtung mathematisch beschrieben.

Aufgrund der axialen Fixierung am Motor kann der translatorische Freiheitsgrad u in der Modellierung unbeachtet bleiben. Die gewählten Reglerparameter der Magnetlager erlauben im untersuchten Drehzahlbereich nur kleine Änderungen der Kippwinkel ψ_z und ψ_y , so dass diese in den weiteren Betrachtungen vernachlässigt werden. Aufbauend auf den nichtlinearen Bewegungsdifferentialgleichungen des vorliegenden Versuchsstands gemäß [3] und den getroffenen Annahmen lassen sich die linearen Bewegungsgleichungen

$$\mathbf{M}_{VS} \ddot{\mathbf{r}} + (\mathbf{B} + \mathbf{G})_{VS} \dot{\mathbf{r}} + (\mathbf{K} + \mathbf{N})_{VS} \mathbf{r} = \mathbf{f} \quad (5.1)$$

der translatorischen Auslenkungen \mathbf{r} um den Arbeitspunkt A mit der Matrix der

auslenkungsproportionalen Kräfte

$$(\mathbf{K} + \mathbf{N})_{VS} = \begin{bmatrix} c_{zz} + 2c_{ML} & c_{zy} \\ c_{yz} & c_{yy} + 2c_{ML} \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

und der Matrix der geschwindigkeitsproportionalen Kräfte

$$(\mathbf{B} + \mathbf{G})_{VS} = \begin{bmatrix} b_{zz} + 2b_{ML} & b_{zy} \\ b_{yz} & b_{yy} + 2b_{ML} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

des Versuchstands herleiten. Die Steifigkeits- und die Dämpfungsmatrix des Systems setzen sich zusammen aus den Steifigkeiten c_{ij} und den Dämpfungen b_{ij} des Gleitlagers sowie den Steifigkeiten c_{ML} und den Dämpfungen b_{ML} der zwei Magnetlager, die gemäß HOFFMANN [21] von der Magnetlagergeometrie und den Parametern des PID-Reglers abhängen. Der Momentensatz um die Rotorlängsachse x ergibt die Differentialgleichung

$$\Theta_D^S \ddot{\varphi} = M_A - M_{VS} , \quad (5.4)$$

welche den Drehfreiheitsgrad φ des Rotors unter Annahme eines Antriebsmomentes M_A und unter Berücksichtigung der durch Gleitlagerreibung und Luftreibung verursachten Verlustmomente M_{VS} am Versuchstand beschreibt.

Das vorgestellte Modell eignet sich zur Bestimmung des Eigen-, Stabilitäts- und Übertragungsverhaltens des Rotors anhand theoretisch hergeleiteter bzw. experimentell ermittelter Parameter. Um eine gute Übereinstimmung der Dynamik des theoretischen Modells mit der des Versuchstandes zu erzielen, erfolgt eine Anpassung der Modellparameter anhand experimentell bestimmter drehzahlabhängiger Steifigkeiten, Dämpfungen, Verlust- und Antriebsmomente.

5.2 Parameteridentifizierung

Basierend auf den theoretischen Überlegungen zu den linearen Bewegungsgleichungen des Rotorsystems werden in diesem Abschnitt die drehzahlabhängigen Eigenschaften des realen Gesamtsystems bei konstanten Drehzahlen mit den Werten aus der theoretischen Betrachtung verglichen. Die experimentell gewonnenen Parameter dienen auch als Grundlage für die numerischen Rechnungen der instationären Betrachtungen.

In allen nachfolgend dargestellten Messungen wird der Rotor durch die Magnetlager in einer einheitlichen Lage positioniert. Der sich einstellende stationäre Arbeitspunkt ist somit lediglich eine Funktion der Drehzahl $\dot{\varphi}$ sowie der temperaturabhängigen

Viskosität $\eta(\vartheta)$ des Öls. Der Betriebspunkt ist so gewählt, dass der Rotor in allen Lagern ein möglichst großes Schwingspiel hat und der konvergierende Spalt außerhalb der Schmiernut des Gleitlagers liegt. Wird der Rotor mit deutlich höheren Exzentrizitäten betrieben, setzt bei den erforderlichen Drehzahlen Schaumbildung ein, die eine Minderung der wirksamen Ölviskosität η nach sich zieht. Darüber hinaus sorgt der feine Ölschaum für hohe Ölverluste, da die Dichtigkeitseigenschaften des Versuchstands bewusst gering gehalten sind. Dies ist auf die Konstruktion nach [22] zurückzuführen, welche im Hinblick auf die Untersuchungen der Gleitlagermomente so ausgeführt wurde, dass zusätzliche Reibverluste möglichst geringen Einfluss haben.

Im Messbetrieb nimmt die Öltemperatur durch die Gleitlagerreibung und durch die mit der Ölpumpe eingebrachte Wärme kontinuierlich zu. Während über einzelne, wenige Sekunden dauernde Messläufe die Temperaturänderung vernachlässigt werden kann, trifft dies für länger andauernde Messreihen nicht zu. Die sich infolge der Temperatur ändernde dynamische Ölviskosität wurde in einem Versuch in Zusammenarbeit mit dem Institut für Druckmaschinen und Druckverfahren (IDD) der TU Darmstadt experimentell ermittelt: Die Viskosität des Öles wurde mit dem Rotationsrheometer HAAKE MARS im Temperaturbereich von $20^\circ\text{C} \leq \vartheta \leq 80^\circ\text{C}$ ermittelt. Die Messwerte sowie die lineare Anpassung der dynamischen Viskosität für den in den folgenden Messungen relevanten kleineren Temperaturbereich von $20^\circ\text{C} \leq \vartheta \leq 28^\circ\text{C}$ sind in Abb. 5.6 dargestellt.

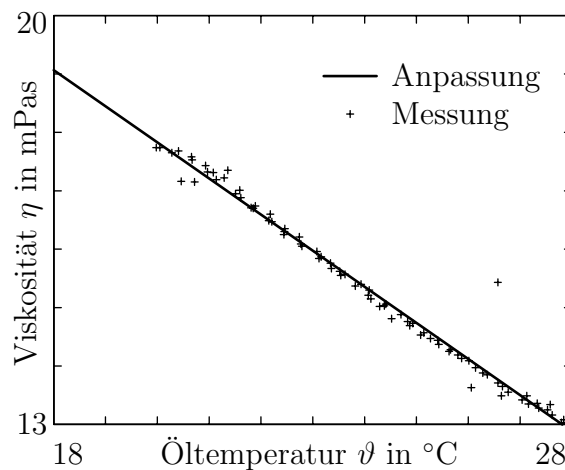


Abbildung 5.6: Dynamische Viskosität η in Abhängigkeit von der Öltemperatur ϑ

5.2.1 Messaufbau

Zur Validierung der theoretischen Erkenntnisse aus Kapitel 4 werden verschiedene Messungen am Versuchstand durchgeführt. Gemessen werden hierbei die räumliche

Lage des Rotors mit einem Wirbelstrom-Wegaufnehmer und einem \cos/\sin -Drehgeber sowie die Momente im Antriebsstrang mit einer Drehmomentenmesswelle. Die Signale der einzelnen Messaufnehmer werden durch gerätespezifische Messverstärker aufbereitet und durch baugleiche analoge Filter tiefpassgefiltert, um Aliasing zu verhindern. Die Erfassung der aufbereiteten Daten sowie die Umrechnung der Spannungssignale in physikalische Größen wird durch das Echtzeit-Regelsystem DSPACE, welches zeitgleich die Regelung der Magnetlager übernimmt, durchgeführt. Die Magnetlagerkräfte F_{ML} werden aus den gemessenen Rotorpositionen w_{ML} und v_{ML} in den Magnetlagerebenen sowie den im PID-Regler bestimmten Regelströmen anhand der F - i - r -Charakteristik nach [37] berechnet und anschließend durch ein digitales Filter, welches ein den analogen Filtern ähnliches Übertragungsverhalten besitzt, tiefpassgefiltert.

Eine Übersicht der verwendeten Komponenten mit ihren wichtigsten Daten ist in der Tabelle 5.2 zu finden.

Tabelle 5.2: Technische Ausführung der Messtechnik

Komponente/Typ	Eigenschaften	
Wirbelstrom-Wegsensoren	max. Messbereich	2 mm
Vibrometer TQ 402	Messgenauigkeit	< 5 %
Drehmomentmesswelle	Nenndrehmoment	1 Nm
Magtrol TM306/11	max. Messbereich	2 Nm
	Genauigkeit	< 0.1 %
Inkrementaler Drehgeber		
Balluff BDG 6360-3-05	Impulszahl/Umdrehung	512
Temperatursensor	Messbereich	0 – 100°C
PT 100 DIN1/3	Messgenauigkeit	< 0.3 K
Filter	Charakteristik	elliptisch
KEM-BM21M / 10 / 37	Tiefpass-Grenzfrequenz	100/200 Hz
Regelsystem/Datenerfassung	Abtastfrequenz (Regelung)	8192 Hz
DSPACE 1006	Abtastfrequenz (Messung)	256/1024 Hz

5.2.2 Steifigkeit und Dämpfung

Die Steifigkeiten und Dämpfungen der lateralen Rotorschwingungen w und v werden für verschiedene Drehzahlen $\dot{\varphi}$ bei gleichbleibender Gleichgewichtslage und gleichbleibenden Reglerparametern der Magnetlager ermittelt. Hierfür werden die Wegantworten w und v in den Magnetlagern infolge einer in beiden Lagern gleichzeitig und gleichsinnig aufgebrachten Erregung in den Magnetlagerrichtungen z und y gemessen.

Als Erregung wird ein durch einen Stromstoß in den Magnetlagern initiiertes Kraftstoß gewählt. Der Kraftstoß ist so gewählt, dass alle Frequenzen $0 \leq \bar{\Omega} \leq 200$ Hz des mit der konstanten Drehzahl $\dot{\varphi}$ rotierenden Systems angeregt werden.

Aus den um die drehfrequenten Schwingungsanteile bereinigten Zeitsignalen der Rotorauslenkungen w und v und den berechneten Erregerkräften F_{ML} werden über Leistungsdichten gemittelte Übertragungsfunktionen H_{mess} gebildet, [30]. Die Identifikation der Systemsteifigkeiten c_{ij} und Dämpfungen b_{ij} erfolgt für jede der betrachteten Drehzahlen mit den von FRITZEN [12] beschriebenen iterativen Verfahren („Instrumental Variable Filter Method“) unter Ausnutzung des Zusammenhangs

$$\underline{H}_{mess} \underline{K} = \underline{I} + \underline{e} \quad (5.5)$$

zwischen der gemessenen Übertragungsfunktion H_{mess} , der dynamischen Steifigkeit

$$\underline{K} = [-\bar{\Omega}^2 \underline{I} \quad i\bar{\Omega} \underline{I} \quad \underline{I}] \begin{bmatrix} \underline{M}_{VS} \\ (\underline{B} + \underline{G})_{VS}(\dot{\varphi}) \\ (\underline{K} + \underline{N})_{VS}(\dot{\varphi}) \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

des zugehörigen mathematischen Modells und dem resultierenden Fehler \underline{e} . Der Fehler \underline{e} wird mittels des Verfahrens der kleinsten Fehlerquadrate minimiert. Die unter Vorgabe der Massenmatrix \underline{M}_{VS} identifizierten Parameter der Matrix $(\underline{K} + \underline{N})_{VS}(\dot{\varphi})$ der auslenkungsproportionalen Kräfte sowie der Matrix $(\underline{B} + \underline{G})_{VS}(\dot{\varphi})$ der geschwindigkeitsproportionalen Kräfte des Versuchsstands sind in Abb. 5.7 abgebildet.

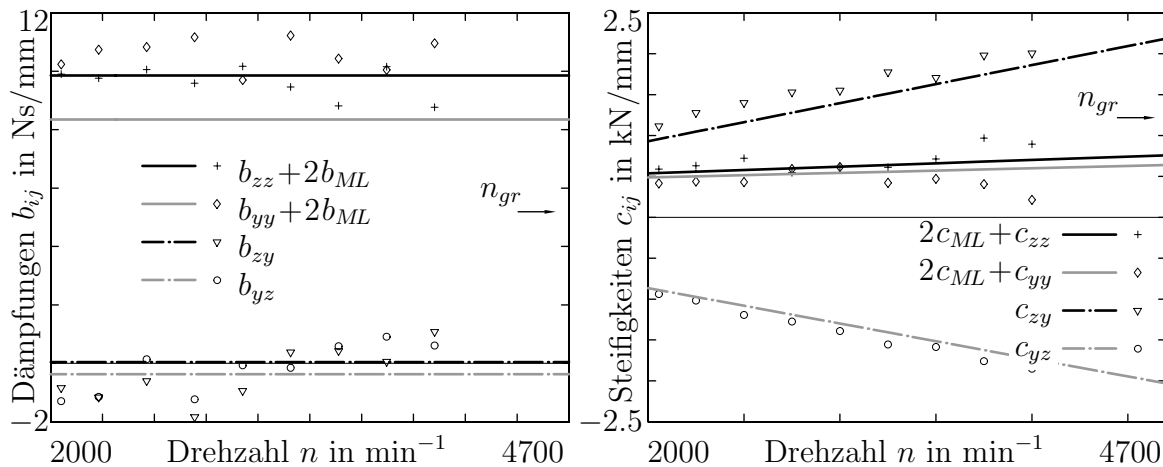


Abbildung 5.7: Experimentell identifizierte und numerisch bestimmte Dämpfungen und Steifigkeiten

Die theoretischen Steifigkeiten und Dämpfungen, welche aus den numerisch bestimmten Gleitlagerkoeffizienten gemäß Abb. 5.3 und den experimentell bestimmten Magnetlagereigenschaften ermittelt wurden, sind in dieser Abbildung ebenfalls dargestellt.

Die aus dem theoretischen Gleichungssystem resultierende Stabilitätsgrenzdrehzahl liegt oberhalb des in Abb. 5.7 dargestellten Drehzahlbereichs. Die Abweichungen gegenüber den vorhergesagten Steifigkeiten und Dämpfungen resultieren einerseits aus den idealen Annahmen der Gleitlagergeometrie bei der Modellierung. Andererseits bestehen auch statistische Unsicherheiten bei der experimentellen Bestimmung der Gleitlagereigenschaften.

Für die Anpassung der Steifigkeitsmatrix \mathbf{K}_{VS} und der Dämpfungsmatrix \mathbf{B}_{VS} werden die linearen Ausgleichsfunktionen aus Abb. 5.8 verwendet. Die Stabilitätsgrenzdrehzahl des identifizierten Systems wird mit einer Eigenwertanalyse des identifizierten Modells ermittelt. Sie liegt rechnerisch bei $n_{gr} = 60/(2\pi) \dot{\varphi}_{gr} = 4360 \text{ min}^{-1}$.

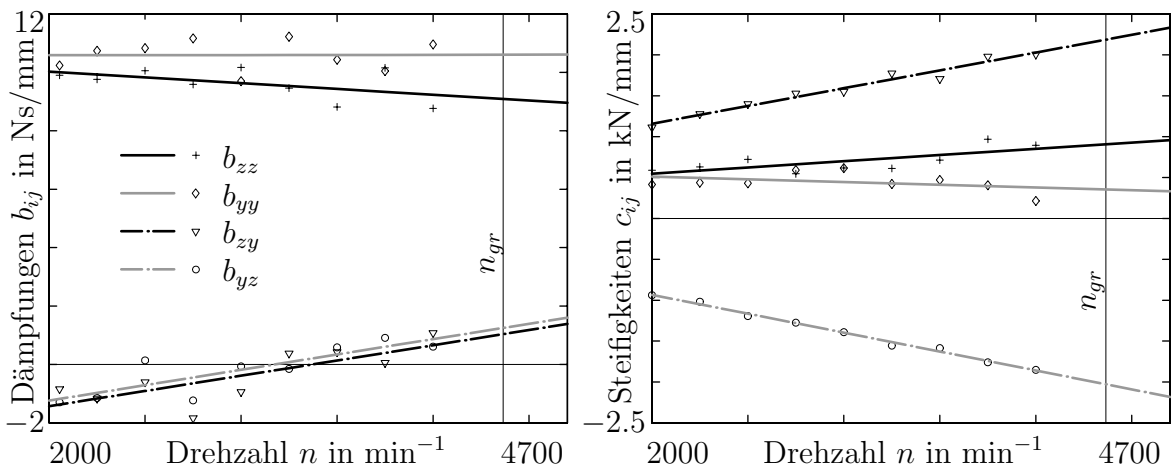


Abbildung 5.8: Experimentell identifizierte Dämpfungen und Steifigkeiten und deren Anpassung

Die berechneten Eigenfrequenzen und Dämpfungsgrade dieser Eigenwertanalyse sind in Abb. 5.9 dargestellt. Das Gleichungssystem mit seinen zwei Freiheitsgraden hat zwei Eigenformen und Eigenwerte. Die freien Schwingungen setzen sich zusammen aus einer schwach gedämpften und einer stark gedämpften Eigenform. Die schwach gedämpfte Eigenform schwingt ungefähr mit der halben Rotordrehfrequenz $\omega_1 \approx \dot{\varphi}/2$ und klingt für Rotordrehzahlen oberhalb der Stabilitätsgrenzdrehzahl auf. Die zweite Eigenform ist mit einem Dämpfungsgrad $D \approx 1$ stark gedämpft und hat eine Eigenfrequenz, die im Bereich der zweifachen Drehfrequenz des Rotors liegt, $\omega_2 \approx 2\dot{\varphi}$. Im instabilen Drehzahlbereich klingen die freien Schwingungen des Systems in der ersten Eigenform auf.

Ein durch theoretische Betrachtungen vorhergesagter Zusammenhang der identifizierten Steifigkeiten k_{ij} und Dämpfungen b_{ij} mit der Ölviskosität $\eta(\vartheta)$ konnte bei mehreren Identifikationsläufen nicht bestätigt werden. Die Unsicherheiten in der Ermittlung der Steifigkeiten und Dämpfungen sind größer als die Änderungen infolge der Viskosität η durch die vergleichsweise geringe Temperaturänderung während der Versuche.

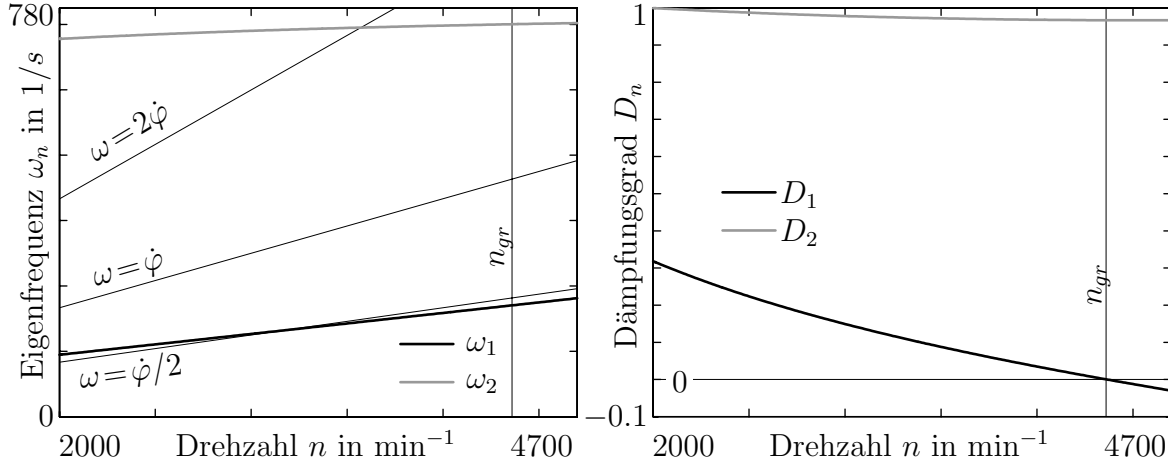


Abbildung 5.9: Eigenfrequenzen und Dämpfungsgrade des experimentell identifizierten Gleichungssystems

5.2.3 Verlustmoment

Das Verlustmoment M_V aus Gleitlagerreibung und Luftreibung wird mit der Momentenmesswelle für verschiedene fest vorgegebene konstante Drehzahlen $\dot{\varphi}$ gemessen. Der Einfluss der Luftreibung ist mit ca. 10% vernachlässigbar. Die bei identischer Drehzahl gemessenen mittleren Verlustmomente M_V unterscheiden sich für unterschiedliche Ölaustrittstemperaturen. Dies ist auf die temperaturveränderliche Viskosität $\eta(\vartheta)$ des Schmierfilms gemäß den Ausführungen zu Beginn des Abschnitts 5.2 zurückzuführen. Die gemessenen Verlustmomente M_{mess} werden daher mit Hilfe der gemessenen Ölaustrittstemperatur ϑ_{mess} in das korrigierte Verlustmoment

$$M_{VS}(\vartheta_{ref}) = \frac{\eta(\vartheta_{ref})}{\eta(\vartheta_{mess})} M_{mess} \quad (5.7)$$

bei einer Referenztemperatur von $\vartheta_{ref} = 21^\circ \text{C}$ umgerechnet. Die identifizierten Verlustmomente verschiedener Messreihen sowie die zugehörigen mittleren bezogenen Zapfenexzentrizitäten sind in Abb. 5.10 dargestellt. Darüber hinaus sind das theoretische Gleitlagermoment, welches sich aus Gl. (3.25) unter Beachtung der Lagergeometrie nach Tab. 5.1 und den gemessenen mittleren Zapfenexzentrizitäten ergibt, sowie die lineare Anpassung

$$M_{VS}(\dot{\varphi}, \varepsilon_L) \approx k M_{GL}(\dot{\varphi}, \varepsilon_L) \quad (5.8)$$

des korrigierten Verlustmomentes abgebildet, welches dem um einen konstanten Faktor $k \approx 0.86$ korrigierten theoretischen Verlustmoment M_{GL} entspricht. Im stabilen Drehzahlbereich $\dot{\varphi} < \dot{\varphi}_{gr}$ hat der drehzahlabhängige Verlauf der korrigierten Verlustmomente M_{korrr} eine deutlich geringere Steigung $dM_{korrr}/d\dot{\varphi}$ als in der Theorie vorhergesagt. Ursachen hierfür können die in den theoretischen Betrachtungen nicht

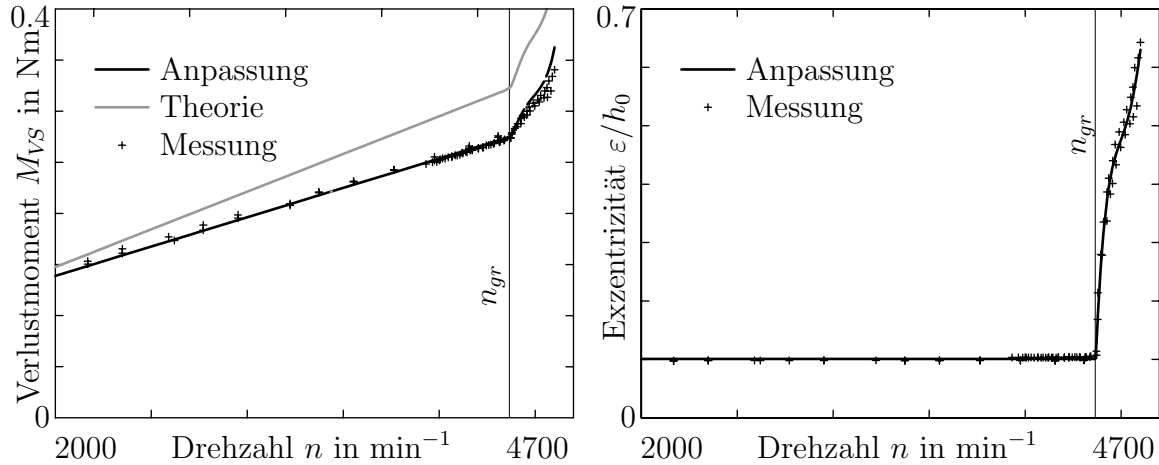


Abbildung 5.10: Verlustmoment des Versuchsstands im stationären Betrieb

berücksichtigte Schmiertasche des Versuchsgleitlagers und Einflüsse infolge von Kavitation bzw. Blasenbildung im divergierenden Schmierspalt sein, [48].

Für Drehzahlen $\dot{\varphi} > \dot{\varphi}_{gr}$ jenseits der Stabilitätsgrenzdrehzahl stellen sich unter konstanter Drehzahlvorgabe $\dot{\varphi}$ mit passendem Antriebsmoment M_A Grenzzykel ein. Der Rotor läuft bei konstanter Drehzahl $\dot{\varphi}$ mit erhöhter Exzentrizität ε_L um den Lagermittelpunkt L um. Für zunehmende Drehzahlen wachsen die Rotorauslenkungen w_L und v_L der verschiedenen Grenzzykel an und das Verlustmoment M_{VS} steigt stärker über der Drehzahl als im stabilen Betriebsbereich. Das identifizierte Verlustmoment M_{VS} gemäß Gl. (5.8) korreliert auch im Bereich der Instabilität für höhere Zapfenexzentrizitäten ε_L mit den Messwerten.

Die in diesem Zusammenhang experimentell ermittelte Stabilitätsgrenzdrehzahl stimmt mit der vorhergesagten Grenzdrehzahl aus Abschnitt 5.2.2 sehr gut überein.

5.2.4 Antriebsmoment

Der Rotor wird durch einen permanentmagneterregten Drehstrom-Synchronmotor angetrieben, welcher zusammen mit einem digitalen Servoregler betrieben wird. Über den Regler kann neben der gewünschten Soll-Drehzahl $\dot{\varphi}_S$ der maximale Strom $i_A > 0$ der Ankerwicklungen vorgegeben werden. Der maximal zulässigen Anker-Stromes i_A steht im direkten Zusammenhang mit dem maximale Antriebsmoment $M_{A_{max}}$ des Motors. Die Motorregelung gibt das maximale Antriebsmoment $M_{A_{max}}$ solange vor, bis die Soll-Drehzahl erreicht wird, um diese schnellstmöglich anzufahren. Durch Vorgabe einer sehr hohen Soll-Drehzahl, welche mit dem vorgegebenen Ankerstrom – infolge hoher Widerstandsdrehmomente – nicht erreicht werden kann, wird erreicht, dass während des gesamten Versuchs für das tatsächlich anliegende Motormoment $M_A = M_{A_{max}}$ beträgt. Die vorgegebene Soll-Drehzahl der momentengeregelten Versuche beträgt mit

$n_S = 12000 \text{ min}^{-1}$ mehr als das Zweifache der in den Versuchen erreichbaren Drehzahlen.

Das tatsächliche Antriebsmoment M_A des Motors ist sowohl von der Vorgabe des maximalen Ankerstroms i_A als auch von der aktuellen Motordrehzahl $\dot{\varphi}$ abhängig. Dies geht aus den Messungen der Antriebsmomente für momentengeregelte Hochläufe mit unterschiedlichen maximal zulässigen Ankerströmen i_A und verschiedenen Konfigurationen des Versuchsstands (mit/ohne Gleitlager) hervor, deren Ergebnisse in Abb. 5.11 einander gegenübergestellt sind.

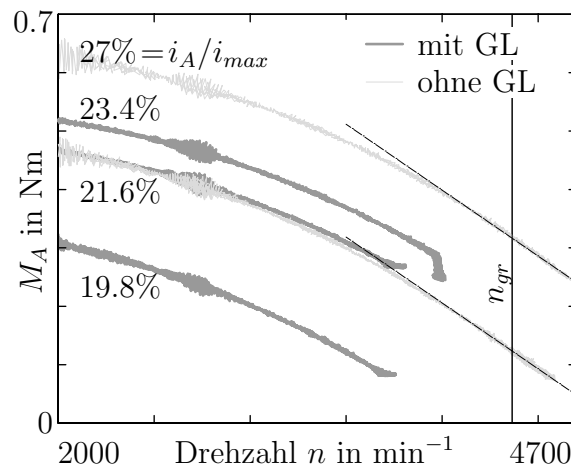


Abbildung 5.11: Antriebsmoment des Motors in Abhängigkeit von der Drehzahl n bei verschiedenen maximalen Ankerströmen i_A

Für Motordrehzahlen im interessierenden Bereich der Stabilitätsgrenzdrehzahl von $4000 \leq n \leq 4600 \text{ min}^{-1}$ lässt sich das Motormoment näherungsweise durch einen linearen Zusammenhang zwischen Rotordrehzahl $\dot{\varphi}$ und Ankerstrombegrenzung i_A beschreiben.

5.3 Experimentelle Untersuchungen am Versuchsstand

Das Verhalten des gleitgelagerten Rotors im Bereich der Instabilität wird nachfolgend am vorgestellten Prüfstand experimentell untersucht und mit numerischen Ergebnissen des identifizierten mathematischen Modells abgeglichen.

5.3.1 Hochlauf mit beschränktem Antriebsmoment

Zur Verifizierung der Rückwirkung des Gleitlagermomentes auf die Drehbewegung eines Rotors werden experimentelle Messungen mit den Ergebnissen des zugehörigen numerischen Modells verglichen. Hierfür wird der Versuchsrotor durch Vorgabe eines beschränkten Antriebsmomentes im Bereich der Stabilitätsgrenzdrehzahl betrieben. Die zugehörige Rechnung wird mit dem numerischen Modell entsprechend den Gln. (5.1) und (5.4) durchgeführt. Die Steifigkeitsmatrix \mathbf{K}_{VS} , die Dämpfungsmatrix \mathbf{B}_{VS} , das Verlustmoment M_{VS} und das Antriebsmoment M_A werden aus den in Abschnitt 5.2 identifizierten Parametern gebildet. Sowohl die Messwerte als auch die numerisch ermittelten Ergebnisse dieses Hochlaufs sind in Abb. 5.12 dargestellt. Die Messergebnisse des Versuchs sind durch schwarze Linien gekennzeichnet, die numerischen Daten sind grau.

Von oben nach unten sind die radialen Auslenkungen \mathbf{r}_L des Rotors vom Gleitlagermittelpunkt, die Drehzahl $\dot{\varphi}$ des Rotors und die Momente abgebildet. Im Graphen der Momente sind das gemessene Antriebsmoment M_A sowie das theoretisch am Arbeitspunkt wirkende Gleitlagermoment M_{GL0} aufgetragen. Letzteres wird aus Gl. (5.8) und der gemessenen Drehzahl berechnet. Aus der Differenz $M_A - M_{GL0}$ beider Momente lässt sich das verbleibende Moment ablesen, welches für die Drehbeschleunigung $\ddot{\varphi}$ des Rotors und die zusätzlich auftretenden Gleitlagermomente ΔM_{GL} infolge der Rotorschwingungen um die Ruhelage zur Verfügung steht.

Im Versuch wird der Rotor durch Vorgabe eines Ankerstromes $i_A \approx i_{max}/4$ mit einem beschränkten Antriebsmoment an einem durch die Magnetlager fest vorgegebenen Arbeitspunkt hochgefahren. Nach dem Start bei einer Ausgangsdrehzahl von $n(t=0) \approx 4000 \text{ min}^{-1}$ übertritt die Rotordrehzahl die Stabilitätsgrenzdrehzahl n_{gr} nach ungefähr zwei Sekunden. Oberhalb der Stabilitätsgrenze bleiben die Auslenkungsamplituden \mathbf{r}_L im Gleitlager bis zum Zeitpunkt $t = 8 \text{ sec}$ nahezu unverändert. Die abnehmende Drehbeschleunigung des Rotors ist bis zu diesem Zeitpunkt durch den motorbedingten Abfall des Antriebsmomentes $M_A(\dot{\varphi})$ und den Anstieg des Gleitlagermomentes $M_{GL0}(\dot{\varphi})$ mit der Drehzahl bedingt. Nach ungefähr acht Sekunden hat sich ein Gleichgewicht zwischen Antriebsmoment M_A und Verlustmoment M_{VS} eingestellt,

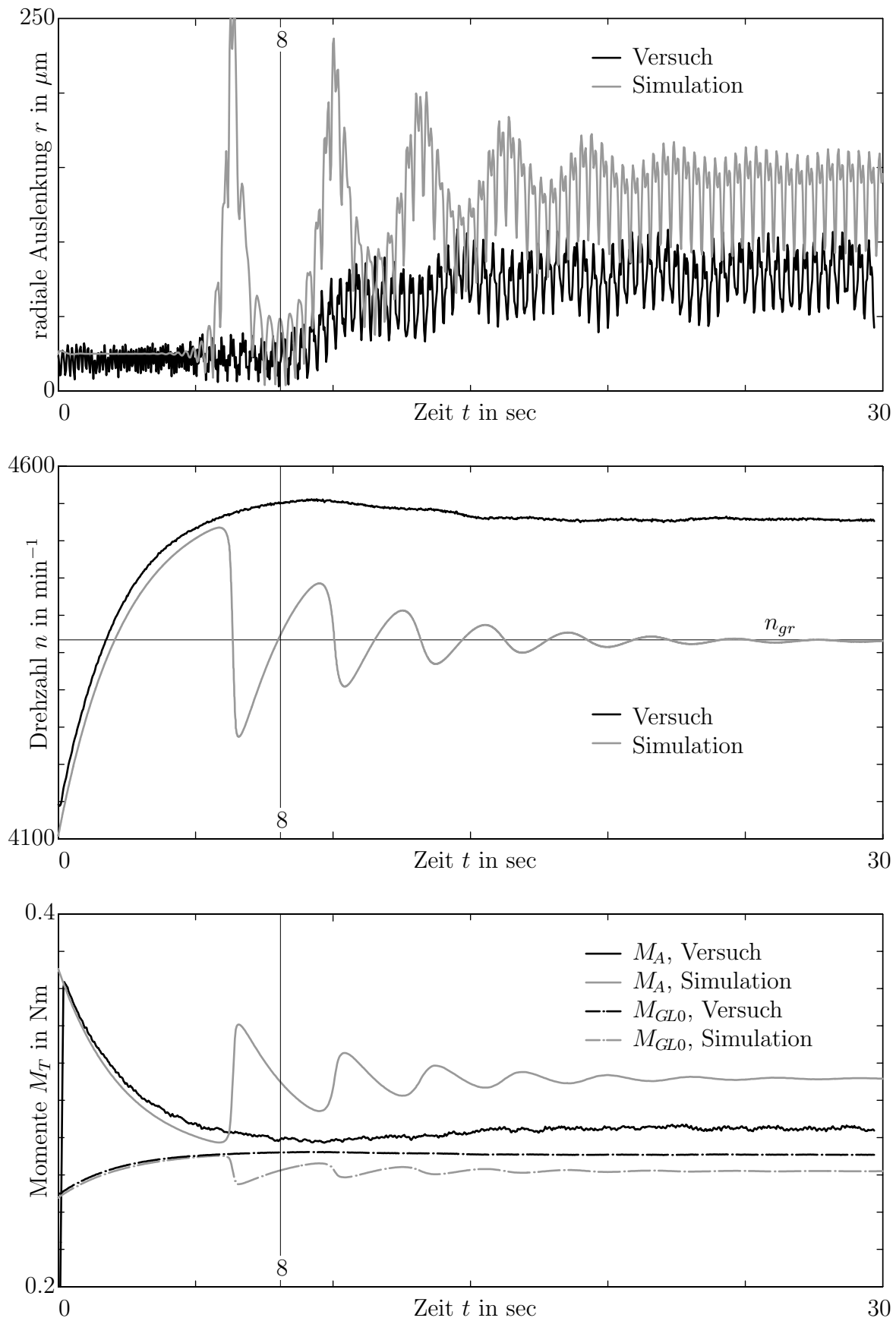


Abbildung 5.12: Rotorauslenkung, Drehzahl und Momente während eines Hochlaufs, Messung und Simulation

die Rotordrehzahl bleibt konstant.

Im Zeitraum $8 \text{ sec} \leq t \leq 10 \text{ sec}$ nach Versuchsbeginn klingen die Auslenkungen infolge der Instabilität auf. Das auslenkungsbedingte Gleitlagermoment ΔM_{GL} steigt ebenso an und die Rotordrehzahl nimmt wieder ab. Es stellt sich ein neuer Grenzykel ein, bei dem der Rotor erhöhte Schwingungsamplituden im Gleitlager bei einer konstanten Drehzahl ausführt. Die Drehzahl $n \approx 4530 \text{ min}^{-1}$ im Grenzykel ist deutlich größer als die in Abschnitt 5.2.3 experimentell bestimmte Stabilitätsgrenzdrehzahl $n_{gr} = 4360 \text{ min}^{-1}$ des Systems. Während des stationären Betriebs im Grenzykel ist das gemessene Antriebsmoment M_A größer als das Gleitlagermoment M_{GL0} am Arbeitspunkt. Da keine weitere Beschleunigung des Rotors stattfindet, wird die Differenz beider Momente lediglich für die zusätzlich auftretenden Momente ΔM_{GL} infolge der Schwingungen im Gleitlager benötigt.

Der beschriebene Versuch wird unter Vorgabe des Ankerstromes und des gemessenen Arbeitspunktes im Versuchsgleitlager unter Vernachlässigung etwaiger Unwuchteinflüsse mit dem numerischen Modell nachgebildet. Das mit dem numerischen Modell berechnete Verhalten stimmt im stabilen Betriebsbereich mit den Versuchsergebnissen überein. Nach Überschreiten der Stabilitätsgrenzdrehzahl $\dot{\varphi}_{gr}$ klingen die freien Schwingungen in der Rechnung schneller und stärker auf als im Versuch. Analog zu den Betrachtungen in Abschnitt 4.3 führt die schnelle Zunahme der Auslenkungen im Lager rechnerisch zu einem abrupten Drehzahlabfall $\Delta\dot{\varphi}$. Nach einem Einschwingvorgang stellt sich ein Grenzykel ein. Die Drehzahl $\dot{\varphi} \approx \dot{\varphi}_{gr}$ des modellierten Grenzykels entspricht ungefähr der Stabilitätsgrenzdrehzahl und die Schwingungsamplituden sind in der Rechnung größer als im Experiment. Infolge der geringeren Drehzahl $\dot{\varphi}$ des Modells hat der Motor höhere Leistungsreserven im Grenzykel bei einem geringeren theoretischen drehzahlbedingten Verlustmoment M_{GL0} am Arbeitspunkt. Der größere Momentenüberschuss $M_A - M_{GL0}$ führt folglich zu den größeren Amplituden des berechneten Grenzykels.

Das numerische Modell ist in der Lage, den experimentell ermittelten Sachverhalt qualitativ abzubilden, jedoch scheitert eine quantitative Aussage an der fehlenden Abbildung der nichtlinearen Zusammenhänge für große Rotorauslenkungen.

Zur abschließenden Klärung, ob das in Abschnitt 3.2 hergeleitete Gleitlagermoment M_{GL} das in dieser Arbeit gesuchte Verlustmoment M_{VL} beschreibt, wird das im Versuch wirkende auslenkungsabhängige Gleitlagerverlustmoment ΔM_{GL} mit dem überschüssigen Antriebsmoment $M_A - M_{GL0}$ in Abb. 5.13 verglichen. Das grau gezeichnete überschüssige Antriebsmoment $M_A - M_{GL0}$ erhält man aus den beiden Anteilen, die bereits im unteren Graphen der Abb. 5.12 dargestellt sind. Das auslenkungsabhängige Verlustmoment ΔM_{VS} des Versuchsstands (schwarz) wird aus dem Verlustmoment M_{VS} des Versuchsstands gemäß Gl. (5.8) und dem theoretisch am Arbeitspunkt wirkenden Gleitlagermoment M_{GL0} berechnet.

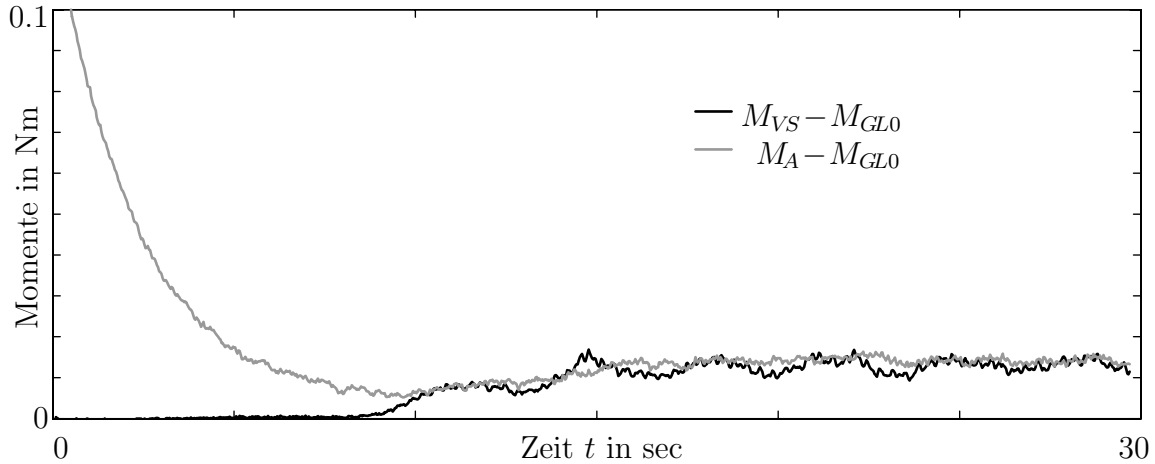


Abbildung 5.13: Vergleich der Antriebs- und Verlustmomente während des Hochlaufs

Das für Drehbeschleunigung und Schwingungen im Gleitlager zur Verfügung stehende Moment $M_A - M_{GL0}$ nimmt mit der Zeit infolge der Drehzahlzunahme und der damit verbundenen Zunahme der Lagerverluste M_{GL0} sowie der Abnahme des Antriebsmomentes M_A ab. Acht Sekunden nach Versuchsbeginn nimmt das auslenkungsabhängige Gleitlagermoment ΔM_{GL} im Zuge der aufklingenden Lagerauslenkungen w_L und v_L deutlich zu, bis es ungefähr den Wert des überschüssigen Antriebsmoment $M_A - M_{GL0}$ im Grenzzykel erreicht. Auch das durch die Drehzahlabnahme zusätzlich zur Verfügung stehende Antriebsmoment $M_A - M_{GL0}$ wird durch die Auslenkungen im Gleitlager aufgezehrt. Die gesamte zur Verfügung stehende Leistung des Antriebs wird im Grenzzykel für den Erhalt der Rotorauslenkungen und der Drehzahl aufgebraucht.

Darüber hinaus sind in Abb. 5.14 die Orbits der gemessenen und berechneten Schwingungsantwort im Grenzzykel und deren Frequenzanteile dargestellt. Der Orbit des gemessenen Grenzzykels ist nahezu kreisförmig während der errechnete Orbit stärker elliptisch ist. Die im Versuch beobachtete Schwingungsantwort besteht hauptsächlich aus Frequenzanteilen $\tilde{\Omega}$ nahe der halben Rotordrehfrequenz $\dot{\varphi}$ und stimmt mit der vorhergesagten Whirlfrequenz des numerischen Modells entsprechend der Eigenwertanalyse überein.

Weitere Versuche mit unterschiedlichen Antriebsmomenten zeigen die folgenden Ergebnisse: Die Grenzzyklen stellen sich bei unterschiedlichen Drehzahlen und Auslenkungen ein. Eine Erhöhung des Antriebsmomentes M_A geht mit einer gleichzeitigen Zunahme der Drehzahl $\dot{\varphi}$ und der Auslenkungen im Grenzzykel einher. Das Verhalten ist vergleichbar mit den beobachteten Grenzzykeln bei der Bestimmung des Verlustmomentes M_{VS} mit konstanter Drehzahlvorgabe in Abschnitt 5.2.3.

Die Versuche und deren Auswertung bestätigen die Eingangs getroffene Annahme, dass die Rotorauslenkungen im Gleitlager Rückwirkungen auf die Drehbewegung des

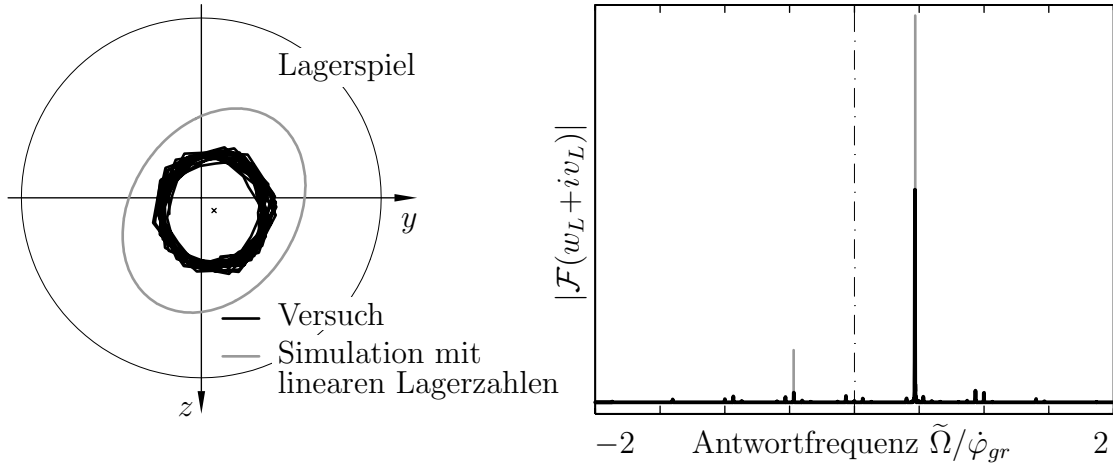


Abbildung 5.14: Orbit und Spektrum der Bewegung im Grenzzykel an der Stabilitätsgrenze

Rotors haben. Sowohl die numerische Rechnung als auch die Versuche bestätigen qualitativ die in dieser Arbeit neu gefundenen Zusammenhänge. Zur Abbildung der beobachteten Zusammenhänge zwischen Rotorauslenkungen im Gleitlager und deren Kopplung mit der Momentengleichung ist die Berücksichtigung des Gleitlagermomentes nach Gl. (3.25) notwendig.

5.3.2 Stationärer Betrieb im instabilen Drehzahlbereich

In Abschnitt 5.2.3 waren auch bei konstanter Drehzahl Grenzzyklen zu beobachten. Weitere Versuche zeigten, dass sich auch hier das Zusammenspiel von Auslenkungen im Gleitlager und dem Verlustmoment beobachten lässt, Abb. 5.15.

Zunächst beschleunigt der Motor mit dem maximal zur Verfügung stehenden Antriebsmoment $M_{A_{max}}$ bis er die Zieldrehzahl erreicht hat. Dann senkt die Servoregelung das Antriebsmoment und die Drehzahl $\dot{\varphi}$ wird nahezu konstant gehalten. Bei konstanter Drehzahl $\dot{\varphi}$ klingen die transversalen Schwingungen auf und führen zu einer Zunahme des zur Aufrechterhaltung der Drehzahl notwendigen Momentes. Die Zunahme des Gleitlagermomentes M_{GL} ist in diesem Fall nur auf die Zunahme des auslenkungsabhängigen Gleitlagermomentes ΔM_{GL} infolge der anwachsenden Rotoramplituden \hat{w}_L und \hat{v}_L zurückzuführen. Der drehzahl- und auslenkungsunabhängige Anteil M_{GL0} des Gleitlagermomentes bleibt aufgrund der konstanten Drehzahl hingegen unverändert.

Ein Abgleich mit dem linearen numerischen Modell erübrigt sich, da die errechneten lateralen Schwingungen bei fester Drehzahl $\dot{\varphi} > \dot{\varphi}_{gr}$ oberhalb der Stabilitätsgrenzdrehzahl bis ins Unendliche aufklingen. Eine wirklichkeitsgetreuere Abbildung des Sachverhalts bei großen Rotorauslenkungen in der Größenordnung des Lagerspiels benötigt zwingend eine nichtlineare Beschreibung der Ölfilmkräfte und -momente.

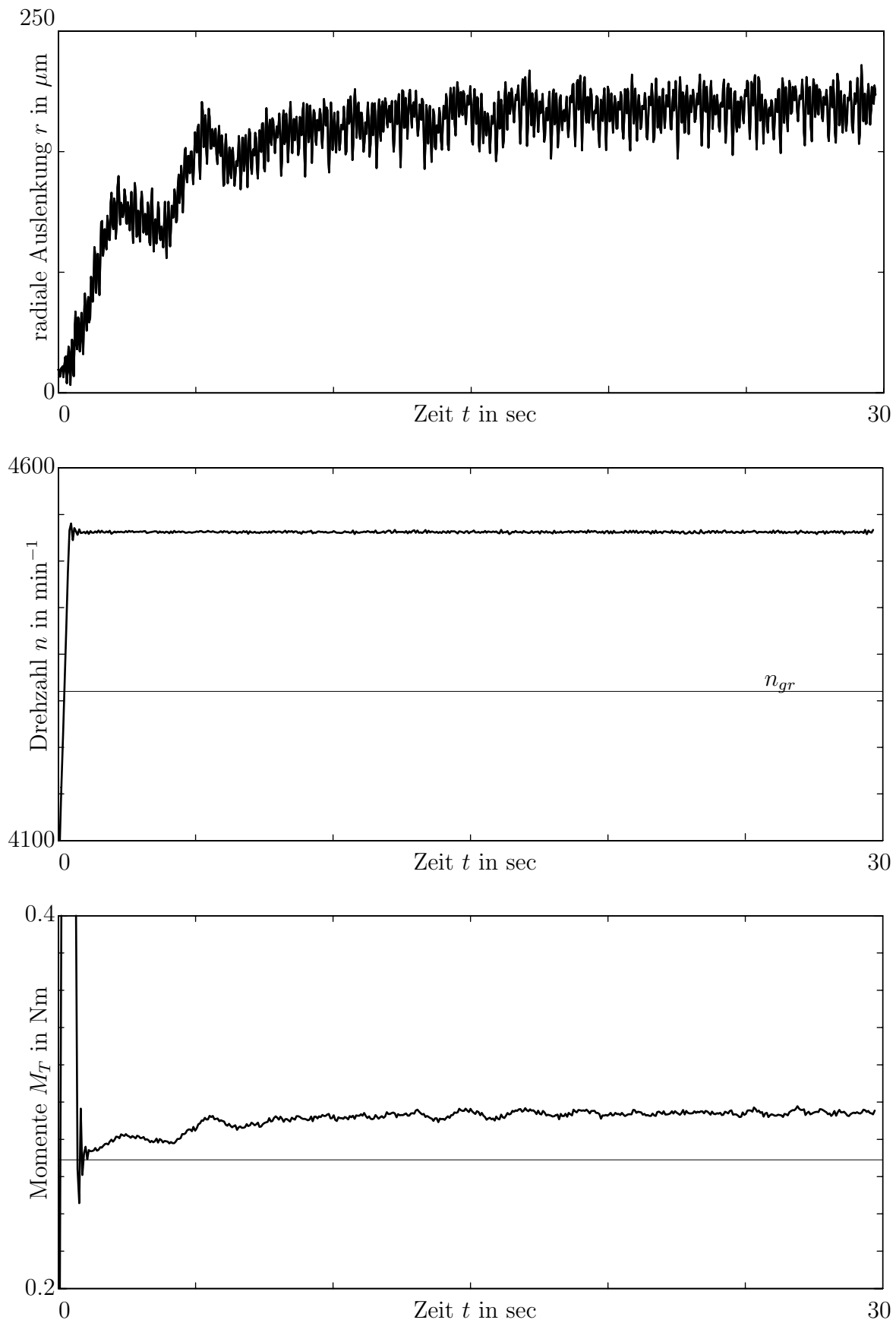


Abbildung 5.15: Gemessene Rotorauslenkung, Drehzahl und Momente bei fester Drehzahlvorgabe

Kapitel 6

Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Rückwirkung des auslenkungsabhängigen Gleitlagermomentes auf die Drehbeschleunigung des Rotors bei vorgegebenem geringen Antriebsmoment. Im Rahmen dieser Studie wurde die lineare Gleichung zur Berechnung der lateralen Schwingungen gleitgelagerter Rotoren um einen nichtlinearen Momententerm erweitert, der sowohl die Gleitlagerreibung als auch das Verlustmoment infolge der dynamischen Zapfenauslenkung abbildet. Anhand theoretischer Betrachtungen wurde der Einfluss der Verlustmomente beim instationären Betrieb von gleitgelagerten Rotoren untersucht und mit Überlegungen anderer Arbeiten zur Abbildung des Sachverhalts verglichen. Die Richtigkeit und Anwendbarkeit der theoretischen Überlegungen wurden abschließend an einem Gleitlagerversuchsstand bestätigt.

Basierend auf grundlegenden Überlegungen zur Abbildung des Gleitlagerverlustmomentes vorangegangener Arbeiten wird eine eigene Lösungsstrategie entwickelt. Das Gleitlagermoment wird aus der Scherströmung im Fluid analytisch hergeleitet. Für den Spezialfall des kreiszylindrischen Lagers wird ein direkter Zusammenhang zwischen den Gleitlagerkräften und dem druckinduzierten Anteil des Gleitlagermomentes in Form eines vom Zapfenmittelpunkt abweichenden Kraftangriffspunktes hergeleitet. Die Idee vorausgehender Arbeiten, dass für das resultierende Gleitlagermoment ein ähnlicher Zusammenhang mit dem Kraftangriffspunkt der Gleitlagerkräfte besteht, konnte im Rahmen dieser Arbeit nicht bestätigt werden. Zusätzlich wurde die Größenordnung der Kräfte, die durch die Scherströmung des Fluids an der Zapfenoberfläche auf den Zapfen wirken, mit den druckinduzierten Gleitlagerkräften analytisch verglichen und ihr als gering angenommener Einfluss bestätigt.

Das hergeleitete Gleitlagermoment wird in numerischen Untersuchungen eines beispielhaften Systems, einem LAVAL-Rotor in Gleitlagern, berücksichtigt. Der Einfluss des Gleitlagermomentes auf den Hochlauf eines Rotorsystems mit begrenztem Antriebsmoment wird in den Bereichen der Resonanz und der Instabilität betrachtet. Die abgebildete Kopplung des Gleitlagermomentes mit den lateralen Lagerschwingungen führt zu einem Hängenbleiben des Rotors entweder in der Resonanz (kritische

Drehzahl) oder spätestens an der Stabilitätsgrenzdrehzahl. Dabei stellen sich endliche Lagerauslenkungen ein. Die Ergebnisse der aktuellen Untersuchung wurden den Resultaten vorausgehender Arbeiten gegenübergestellt.

Die Übertragbarkeit der theoretischen Überlegungen auf reale Systeme wurde abschließend durch Versuche bestätigt. Ein Rotorversuchsstand wurde für die notwendigen Messungen angepasst und ein mathematisches Modell mit experimentell identifizierten Systemeigenschaften aufgebaut. Die Gegenüberstellung von experimentellen und numerischen Ergebnissen zeigt, dass der analytisch neu gefundene Sachverhalt durch das Modell qualitativ abgebildet werden kann. Für eine quantitativ gute Vorhersage des Bewegungsverhaltens im Bereich der Stabilitätsgrenzdrehzahl eignet sich das lineare Gleichungssystem der lateralen Schwingungen allerdings nicht. Mögliche Fehler in der Berechnung der Verlustmomente liegen hauptsächlich in den unbeschränkten Rotorauslenkungen bei linearer Beschreibung.

Für eine quantitativ bessere Abbildung der Systemantwort bieten sich zukünftig Untersuchungen mit nichtlinearen Modellen der Lagerdynamik an. Die Modelle sollten in der Lage sein, den Effekten wie Hysterese und Bifurkation im Bereich der Stabilitätsgrenzdrehzahl Rechnung zu tragen. Eine quantitativ bessere Abbildung der Zapfenauslenkung führt unter Berücksichtigung des hergeleiteten Gleitlagermomentes sicherlich auch zu einer besseren Abbildungen der Drehbeschleunigung des Rotors. Die Ansätze für die Gleitlagermomente können auf Rotorsysteme mit anderen Lagerformen, wie z. B. Mehrflächenlager, ausgeweitet werden. Insbesondere die Darstellung des druckinduzierten Gleitlagermomentes in einem vom Zapfenmittelpunkt abweichenden Angriffspunkt der Gleitlagerkräfte ist von Interesse. Die zeitintensive Integration dieses Momentenanteils, wie sie zum Beispiel in der Berechnung von Schwimmbuchsenlagern notwendig ist, könnte durch eine einfache Multiplikation bekannter Größen ersetzt werden.

Literaturverzeichnis

- [1] *DIN31652: Gleitlager – Hydrodynamische Radial-Gleitlager im stationären Betrieb: Berechnung von Kreiszyylinderlagern.*
- [2] BAUMANN, K.; BÖPPLE, E.; MARKERT, R.; SCHWARZ, W.: Einfluss der inneren Dämpfung auf das dynamische Verhalten von elastischen Rotoren. In: *VDI-Berichte* Nr. 2003 (2007), S. 55–69.
- [3] BAUMANN, K.: *Dynamische Eigenschaften von Gleitlagern in instationären An- und Auslaufvorgängen*, Technische Universität Darmstadt, Diss., 2011.
- [4] BUTENSCHÖN, H. J.: *Das hydrodynamische, zylindrische Gleitlager endlicher Breite unter instationärer Belastung*, Technische Universität Karlsruhe, Diss., 1976.
- [5] CAPONE, G.: Moti orbitali di un rotore rigido simmetrico su cuscinetti cilindrici lubrificati (Orbital motions of rigid symmetric rotor supported on journal bearings. In: *La meccanica italiana* 199 (1986), S. 37–46.
- [6] CAPONE, G.: Descrizione analitica del campo di forze fluidodinamico nei cuscinetti cilindrici lubrificati (Analytical description of fluid-dynamic force field in cylindrical journal bearing). In: *L'energia elettrica* 3 (1991), S. 105–110.
- [7] CASTRO, H. F.; CAVALCA, K. L.; NORDMANN, R.: Rotor-bearing system instabilities considering a non-linear hydrodynamic model. In: *Proceedings of the 7th IFToMM Conference on Rotor Dynamics*, (2006), S. 1–10.
- [8] CASTRO, H. F.; CAVALCA, K. L.; NORDMANN, R.: Whirl and whip instabilities in rotor-bearing systems considering a nonlinear force model. In: *Journal of Sound and Vibration* 317 (2008), S. 273–293.
- [9] DOHNAL, F.; PFAU, B.; CHASALEVRIS, A.: Analytical predictions of a flexible rotor in journal bearings with adjustable geometry to suppress bearing induced instabilities. In: *Proceedings of the 13th International Conference on Dynamical Systems - Theory and Applications*. Łódź, Poland, December 2015.

- [10] ECKERT, M.: Der ‘Sommerfeld-Effekt’: Theorie und Geschichte eines bemerkenswerten Resonanzphänomens. In: *European Journal of Physics* 17 (1996), Nr. 5, 285.
- [11] EL-SHAFAI, A. u. a.: Some Experiments on Oil Whirl and Oil Whip. In: *Transactions of the ASME – Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* 129 (2007), S. 144–153.
- [12] FRITZEN, C.-P.: Identification of Mass, Damping, and Stiffness Matrices of Mechanical Systems. In: *Journal of Vibration Acoustics Stress and Reliability in Design* 108 (1986), Nr. 1, 9.
- [13] GASCH, R.; MARKERT, R.; PFÜTZNER, H.: Acceleration of unbalanced flexible rotors through the critical speeds. In: *Journal of Sound and Vibration* 63 (1979), Nr. 3, 393–409.
- [14] GASCH, R.; NORDMANN, R.; PFÜTZNER, H.: *Rotordynamik*. 2. Auflage. Springer-Verlag Berlin - Heidelberg - New York, 2006.
- [15] GLADWELL, G. M. L.; KONONENKO, V. O.: *Vibrating Systems with a Limited Power Supply*. London: Imprint unknown, 1969.
- [16] GLIENICKE, J.: *Feder- und Dämpfungskonstanten von Gleitlagern für Turbomaschinen und deren Einfluss auf das Schwingungsverhalten eines einfachen Rotors*, Technische Hochschule Karlsruhe, Diss., 1966.
- [17] GLUSE, M. R.: Acceleration of an Unbalanced Rotor Through Its Critical Speeds. In: *Naval Engineers Journal* 79 (1967), Nr. 1, 135–144.
- [18] GRÖBNER, W.; HOFREITER, N.: *Integraltafel: T. Bestimmte Integrale*. Springer-Verlag, 1950 (Integraltafel).
- [19] HAGEDORN, P.; HOCHLENERT, D.: *Technische Schwingungslehre - Schwingungen linearer diskreter mechanischer Systeme*. Verlag Harri Deutsch, 2012.
- [20] HAIRER, E.; NØRSETT, S.; WANNER, G.: *Solving Ordinary Differential Equations II: Stiff and Differential-Algebraic Problems*. Springer, 1993 (Lecture Notes in Economic and Mathematical Systems).
- [21] HOFFMANN, K.-J.: *Integrierte aktive Magnetlager*, Technische Universität Darmstadt, Diss., 1999.
- [22] KAAL, W.: *Konstruktion eines Gleitlagerprüfstandes*, Technische Universität Darmstadt, Konstruktive Studienarbeit, 2006.

- [23] KILIAN, M.: *Untersuchungen zur erweiterung der linearen Gleitlagertheorie*, TU Darmstadt, bachelor, 2012.
- [24] LANG, O. R.; STEINHILPER, W.: *Gleitlager*. Berlin: Springer-Verlag, 1978.
- [25] MARKERT, R.: *Vorlesungsskript Rotordynamik*. TU Darmstadt, Fachbereich Maschinenbau, Fachgebiet Strukturdynamik, 2003.
- [26] MARKERT, R.: *Strukturdynamik*. Shaker Verlag, 2013.
- [27] MARKERT, R.; NICOLETTI, R.: Flexible rotor vibrations due to critical speed and journal bearing instabilities. In: *Bericht Technische Universität Darmstadt* (1999).
- [28] MARKERT, R.; PFÜTZNER, H.; GASCH, R.: Biegeschwingsungsverhalten rotierender Wellen beim Durchlaufen der kritischen Drehzahlen. In: *Konstruktion* 29 (1977), S. Heft 9, S. 355–365.
- [29] MARKERT, R.; PFÜTZNER, H.; GASCH, R.: Mindestantriebsmoment zur Resonanzdurchfahrt von unwuchtigen elastischen Rotoren. In: *VDI: Forschung im Ingenieurwesen* 46/2 (1980), S. 33–68.
- [30] MARKERT, R.: *Schwingungsmesstechnik (Skript zur Vorlesung)*. 2010.
- [31] NGUYEN-SCHÄFER, H.: *Rotordynamics of Automotive Turbochargers: Linear and Nonlinear Rotordynamics - Bearing Design - Rotor Balancing*. Auflage: 2012. New York: Springer, 2012.
- [32] OTT, H.: *Zylindrische Gleitlager bei instationärer Belastung*, ETH Zürich, Diss., 1948.
- [33] PFAU, B.: *Numerische Untersuchung eines Rotors in Schwimmbuchsenlagern*, Technische Universität Darmstadt, Masterthesis, 2012.
- [34] PINKUS, O.: The Reynolds Centennial: A Brief History of the Theory of Hydrodynamic Lubrication. In: *Transactions of the ASME – Journal of Tribology* 109 109 (1987), S. 2–20.
- [35] PINKUS, O.; STERNLICHT, B.: *Theory of Hydrodynamic Lubrification*. New York: McGraw-Hill, 1961.
- [36] REYNOLDS, O.: On the Theory of Lubrification and Its Application to Mr. Beauchamp Tower's Experiments, Including an Experimental Determination of the Viscosity of Olive Oil. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, series A 177 ((1886), S. 157–234.

- [37] ROY, H.: *Force Control of Magnetic Bearing*. Master-Thesis TU Darmstadt/IIT Delhi, 2013.
- [38] RÖHR, J.: *Biegeschwingsverhalten von Rotoren in Gleitlagern bei instationärem Betrieb*, Technische Universität Berlin, Diplomarbeit, 1980.
- [39] SASSENFELD, H.; WALTHER, A.: Gleitlagerberechnungen. In: *VDI-Forschungsheft Nr. 441*. Düsseldorf: VDI-Verlag (1954).
- [40] SOMEYA, T.: *Stabilität einer in zylindrischen Gleitlagern laufenden, unwuchtfreien Welle – Beitrag zur Theorie des instationär belasteten Gleitlagers*, Technische Hochschule Karlsruhe, Diss., 1962.
- [41] SOMEYA, T.: *Journal-Bearing Databook*. Berlin: Springer-Verlag, 1989.
- [42] SOMMERFELD, A.: Beiträge zum dynamischen Ausbau der Festigkeitslehre. In: *Physikalische Zeitschrift* 3 (1902), S. 266–271.
- [43] SPURK, J. H.: *Dimensionsanalyse in der Strömungslehre*. Berlin ; New York: Springer, 1992.
- [44] SPURK, J. H.; AKSEL, N.: *Strömungslehre.: Eine Einführung in die Theorie der Strömungen*. Springer, 2006 (Springer-Lehrbuch Bd. 1).
- [45] TONDL, A.: *Some Problems of Rotor Dynamics*. Chapman and Hall, 1966.
- [46] VARUN, S.: *Force Measurement in Active Magnetic Bearings*, Technische Universität Darmstadt/Indian Institute of Technology Guwahati, Masterarbeit, 2007.
- [47] VOGELPOHL, G.: Beiträge zur Kenntnis der Gleitlagerreibung. In: *VDI Forschungsheft* Vol. 386 (1937).
- [48] VOGELPOHL, G.: Über die Schaumbildung von Ölen durch Kavitation. In: *Forschung auf dem Gebiet des Ingenieurwesens A* 16 (1949), Nr. 4, 109–112.
- [49] WAGNER, J.: *Vorlesungsskript Dynamik III*. Universität Stuttgart, Fakultät Luft- und Raumfahrttechnik, Institut für Statik und Dynamik, 2007.
- [50] WEI, C.: *Controller Design and Optimization for Rotor System Supported by Active Magnetic Bearings*, Universität Duisburg-Essen, Diss., 2015.

Bisher sind in dieser Reihe erschienen

Band 1

Zur mikrorissinduzierten Schädigung spröder Materialien

B. Lauterbach, Dissertation 2001, ISBN 3-935868-01-4

Band 2

3D-Simulation der Mikrostrukturentwicklung in Zwei-Phasen-Materialien

R. Müller, Dissertation 2001, ISBN 3-935868-02-2

Band 3

Zur numerischen Simulation von Morphologieänderungen in mikro-heterogenen Materialien

S. Kolling, Dissertation 2001, ISBN 3-935868-03-0

Band 4

Theoretische und numerische Untersuchung von Versagensmechanismen in Metall-Keramik-Verbundwerkstoffen

T. Emmel, Dissertation 2002, ISBN 3-935868-04-9

Band 5

On microcrack dominated problems in dynamics and statics of brittle fracture: a numerical study by boundary element techniques

S. Rafiee, Dissertation 2002, ISBN 3-935868-05-7

Band 6

Kontinuumsmechanik anisotroper Festkörper und Fluide

H. Ehrentraut, Habilitationsschrift 2002, ISBN 3-935868-06-5

Band 7

Plane unsteady inviscid incompressible hydrodynamics of a thin elastic profile

N. Blinkova, Dissertation 2002, ISBN 3-935868-07-3

Band 8

Anmerkungen zur Simulation von entfestigendem Materialverhalten

H. Baaser, Habilitationsschrift 2004, ISBN 3-935868-08-1

Band 9

Orts- und zeitadaptive DAE-Methoden zur Beschreibung elastisch-plastischen Materialverhaltens innerhalb der FEM

S. Eckert, Dissertation 2005, ISBN 3-935868-09-X

Band 10

Simulations of the Flow of the Ross Ice Shelf, Antarctica: Parameter Sensitivity Tests and Temperature-Dependent Rate Factor

A. Humbert, Dissertation 2005, ISBN 3-935868-10-3

Band 11

A Thermo-mechanical Continuum Theory with Internal Length of Cohesionless Granular Materials

Chung Fang, Dissertation 2006, ISBN 3-935868-11-1

Band 12

Modeling Dry Granular Avalanches past Different Obstructions: Numerical Simulation and Laboratory Analyses

Chiou Min-Ching, Dissertation 2006, ISBN 3-935868-12-X

Band 13

Configurational forces in defect mechanics and in computational methods

R. Müller, Habilitationsschrift 2005, ISBN 3-935868-13-8

Band 14

Hyperelastic dynamics in physical and material space

S. Kolling, Habilitationsschrift 2007, ISBN 978-3-935868-14-3

Band 15

Phenomenological modeling of ferroelectric material behavior

V. Mehling, Dissertation 2007, ISBN 978-3-935868-15-0

Band 16

Ein mischungsbasiertes Materialmodell zum Knochenumbau

R.-R. Kühn, Dissertation 2006, ISBN 978-3-935868-16-7

Band 17

Einige Erweiterungen der Rand-Finite-Elemente-Methode und deren Anwendung auf Randeffekte in ebenen Laminaten

J. Artel, Dissertation 2007, ISBN 978-3-935868-17-4

Band 18

Spannungskonzentrations-Effekte an Verstärkungspflaster-Ecken

H. Wigger, Dissertation 2008, ISBN 978-3-935868-18-1

Band 19

Rotationseffekte in der Kristallplastizität

C. Bröse, Dissertation 2007, ISBN 978-3-935868-19-8

Band 20

Finite-Element-Modelle zur Simulation von Delaminationen dünner Filme auf Substraten

V. D. Pham, Dissertation 2010, ISBN 978-3-935868-20-4

Band 21

Asymptotische Nahfeldanalysen ebener Multi-Materialverbindungsstellen mit der Methode komplexer Potentiale

C. Sator, Dissertation 2010, ISBN 978-3-935868-21-1

Band 22

Modellierung spröder Rissbildung an Spannungskonzentrationen mit der Bruchmechanik finiter Risse

J. Hebel, Dissertation 2010, ISBN 978-3-935868-22-8

Band 23

Some Contributions to the Homogenization of Macroscopically Isotropic Composites

V. Salit, Dissertation 2011, ISBN 978-3-935868-23-5

Band 24

Asymptotic Analysis of the Load Transfer on Double-Lap Bolted Joints

J. Kratochvíl, Dissertation 2012, ISBN 978-3-935868-24-2

Band 25

Spannungssingularitätsordnungen in linear-elastischen und piezoelektrischen Multimaterialkonfigurationen mit der Rand-Finite-Elemente-Methode

W. Mayland, Dissertation 2012, ISBN 978-3-935868-25-9

Band 26

Plastizität und Skaleneffekte sowie Deformations- und Versagensmodellierung dünner metallischer Schichten bei Nanoindentation

A. Trondl, Dissertation 2012, ISBN 978-3-935868-26-6

Band 27

Theoretical modeling and parallel programming of a nonlinear composite finite shell element based on a mixed global-local variational principle

M. Schürg, Dissertation 2012, ISBN 978-3-935868-27-3

Band 28

Strukturmechanische Modellierung und Analyse des Tragverhaltens von dünnwandigen hochbelasteten Composite-Biege- und Querkraftträgern

A. M. Kroker, Dissertation 2013, ISBN 978-3-935868-28-0

Band 30

Der Laminatrandeffekt und seine Analyse, insbesondere mit der Rand-Finite-Elemente-Methode

J. Lindemann, Dissertation 2013, ISBN 978-3-935868-30-3

Band 31

Avoidance of brake squeal by a separation of the brake disc's eigenfrequencies: A structural optimization problem

A. Wagner, Dissertation 2013, ISBN 978-3-935868-31-0

Band 32

Ultrasonic Generators for Energy Harvesting Applications: Self-Excitation and Mechanical Frequency Transformation

E. Heffel, Dissertation 2013, ISBN 978-3-935868-32-7

Band 33

Neue Ansätze zur Analyse der Lastübertragung und Initiierung finiter Risse in Klebverbindungen

P. Weißgraeber, Dissertation 2014, ISBN 978-3-935868-33-4

Band 34

Instabilities and Wear Propagation in Calenders: Interactions with Structural Dynamics and Contact Kinematics

M. Eckstein, Dissertation 2014, ISBN 978-3-935868-34-1

Band 35

Adaptive Camber Airfoil for Load Alleviation in Horizontal Axis Wind Turbines: Analytical and Numerical Study

H. Spiegelberg, Dissertation 2014, ISBN 978-3-935868-35-8

Band 36

Erweiterungen der Rand-Finite-Elemente-Methode zur Analyse von Platten und Laminaten mit besonderem Fokus auf der Ermittlung von Singularitätsordnungen an Rissen und Kerben

R. Dieringer, Dissertation 2015, ISBN 978-3-935868-36-5

Band 37

Entwicklung und Analyse mikromechanischer Modelle zur Beschreibung des Effektivverhaltens von geschlossenzelligen Polymerschäumen

N.-C. Fahlbusch, Dissertation 2015, ISBN 978-3-935868-37-2

Band 38

Reduktion niederfrequenter Schwingungen von Windenergieanlagen durch Tilgersysteme

S. Katz, Dissertation 2015, ISBN 978-3-935868-38-9

Band 39

Multistable Structures for Broad Bandwidth Vibration-based Energy Harvesters: An Analytical Design Investigation

M. Heymanns, Dissertation 2015, ISBN 978-3-935868-39-6

Band 40

A nonlinear multiscale finite element model for comb-like sandwich panels

D. Heller, Dissertation 2016, ISBN 978-3-935868-40-2

In den mathematischen Modellen gleitgelagerter Rotoren fehlt bisher die physikalisch korrekte Abbildung der nichtlinearen Kopplung zwischen den Rotorschwingungen im Gleitlager und der Drehbewegung der Welle. Zu dem bereits erforschten auslenkungsabhängigen Momentensatz elastischer Rotoren in konventionellen Lagern wird eine Erweiterung gesucht, die die auslenkungsabhängigen Momente von Rotoren in Gleitlagern berücksichtigt. Für den Betrieb mit beschränktem Antriebsmoment wird eine Drehzahlreduktion bis hin zur Möglichkeit des Hängenbleibens infolge großer Zapfenauslenkungen erwartet, wie sie im Bereich der Resonanz und dem für gleitgelagerte Rotoren charakteristischen instabilen Betriebsbereich auftreten.